



TITLE:

原子炉空間依存およびエネルギー  
依存動特性の研究( Dissertation\_全  
文)

AUTHOR(S):

星野, 力

---

CITATION:

星野, 力. 原子炉空間依存およびエネルギー依存動特性の研究. 京都大学  
, 1967, 工学博士

ISSUE DATE:

1967-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k683>

RIGHT:

原子炉空間依存およびエネルギー依存動特性の研究

星 野 力

# 原子炉空間依存およびエネルギー依存動特性の研究

星 野 力

昭和 41 年 6 月

DOC
1966
7
電気系

# 目 次

結 言 .....	1 頁
第1部 原子炉動特性の基礎理論の研究 .....	4
緒 論 .....	4
第1章 基礎方程式と従来の解法 .....	5
1.1 基礎方程式 .....	5
1.2 固有関数展開法(モード展開法) .....	6
1.3 シンセシス法および多点近似法 .....	7
第2章 基礎方程式に対応する積分方程式のノイマン級数 .....	9
2.1 積分方程式のノイマン級数 .....	9
2.2 摂動論による解釈 .....	10
2.3 テーラー級数展開としての解釈(時間モーメント解) .....	11
第3章 少数極展開法 .....	12
3.1 ノイマン級数の近似解析接続(少数極展開法) .....	12
3.2 関数フイッティング法との関係 .....	13
3.3 少数極展開の近似度 .....	15
3.4 1極展開および2極展開 .....	17
第4章 少数極展開法の若干の拡張 .....	19
4.1 原点以外の正則点での展開 .....	19
4.2 極での展開 .....	19
4.3 一般の形の過渡摂動について .....	21
結 論 .....	22
第2部 原子炉空間依存動特性に対する少数極展開法の応用 .....	23
緒 論 .....	23
第1章 空間依存伝達関数に対する応用 .....	24
1.1 基礎方程式とその少数極展開による解法 .....	24
1.2 空間依存性の定性的な議論 .....	28
第2章 過渡状態に対する応用 .....	31
2.1 線型系の場合 .....	31

2. 2 非線型系の線型化 .....	32頁
第3章 一群拡散近似均質平板炉についての数値例 .....	34
第4章 黒鉛減速反射体つき球形炉についての数値例 .....	41
結 論 .....	58
第3部 原子炉多点近似動特性に対する少数極展開法的应用 .....	59
緒 論 .....	59
第1章 多領域炉の集中定数系での表現の一モデル .....	60
第2章 炉心反射体より成る2領域系に対する応用 .....	64
2. 1. 少数極展開法による解法 .....	64
2. 2. 遅発中性子グループモデルとの関係 .....	67
第3章 黒鉛減速均質反射体つき炉心についての数値例 .....	73
結 論 .....	80
第4部 中性子減速および熱化の時間依存問題に対する少数極展開法的应用 .....	81
緒 論 .....	81
第1章 基礎方程式の解と熱化時定数 .....	82
1. 1. 少数極展開法による解法 .....	82
1. 2. 熱化時定数 .....	83
第2章 水素自由ガス中での時間依存減速熱化の数値計算 .....	85
2. 1. 減速領域 .....	85
2. 2. 熱化領域 .....	86
2. 3. 時間応答の計算 .....	87
結 論 .....	97
第5部 原子炉空間依存伝達関数のパイルオツシレーター法による測定実験 .....	98
緒 論 .....	98
第1章 測定実験の概要 .....	99
1. 1. “SHE” 臨界集合体 .....	99
1. 2. パイルオツシレーター .....	100

1. 3 計測系 .....	102 頁
1. 4 測定方法 .....	103
第2章 実験の解析方法と精度 .....	106
第3章 実験の測定結果と誤差の検討 .....	111
3. 1 測定結果 .....	111
3. 2 誤差の検討 .....	116
結 論 .....	120
結 言 .....	121
謝 辞 .....	122
参考文献 .....	123
附 録 基礎方程式の具体的な例 .....	126

## 緒 言

現在のエネルギー需要の激増と、それをまかなう石油、石炭ほどの埋蔵量を乏えるとき、将来の動力源としての原子力発電を早急に開発する必要がある。世界各国で動力用原子炉の研究が急がれている。このうち、原子炉の安全性の検討は決してゆるがせには出来ない問題の一つである。原子炉の制御が効がなくなつて起る出力脱走は原子炉の制御の問題と共に、原子炉の時間に依存した特性（原子炉動特性）の問題となり、従来、数多くの研究が行われて来た。しかし、これらの研究は原子炉内部の出力分布は体系の基本モードの形であるとしその成分の振巾についての動特性（空間に依存しないいわゆる一点近似動特性）について行われている。これは實際上、非常に有効な近似であるが、大型の炉や、あるいは出力脱走のように瞬時的に早い振舞の場合、原子炉内部の空間に依存した動特性を論じる必要があるものと思われ、近年この空間依存動特性についても多くの研究がなされている。

この問題は体系に成り立つ基礎方程式を空間依存性を考慮したまゝ、しかも実際的な応用が容易な形で解くということの意味し、実際の安全性への応用のみならず、原子炉動特性の基礎的な問題として十分な解明を要するものである。

本論文では、時間に関する一階の線型偏微分方程式で記述される一般の分布定数系について従来と加れていた方法とは別の特長のある近似解を提唱し、これを線型の原子炉動特性の基礎的な問題に適用して充分良好な近似解であることを示した。また、単に空間変数のみならずエネルギー変数に対しても応用可能であるので、中性子減速熱化問題についても適用を試みた。

本研究の内容は5部に分けられている。

第1部では、原子炉動特性の数学的な基礎理論について述べる。時間に関して一階の偏微分方程式で記述される線型分布定数系の一般論として従来から主として採用されている固有関数展開法や、多点近似理論について簡単に述べ次いで筆者の考案した少数極展開法について述べる。

第2部では、第1部で述べた少数極展開法を零出力の原子炉空間依存動特性に適用し空間依存伝達関数の若干の数値例を示している。これを第5部で述べる空間依存伝達関数の測定実験の実験値と比較しこの近似解の妥当性を示している。

第3部では、原子炉の多点近似動特性理論に適用し、反射体つき炉心の動特性について第5部の実験値と比較している。

第4部ではエネルギー変数に対する依存性についての動特性として媒質中の中性子減速および熱化の問題に応用し、水素自由ガスモデルの場合についての数値例を示し、良好な結果をうることを示している。

第5部では、日本原子力研究所平均質臨界集合体“SHE”の空間依存伝達関数をパイルオツシレーター法により実測した実験について述べ空間依存伝達関数の実測結果を示している。

## 第1部

第1章では原子炉基礎方程式と従来から行われていた<sup>てい</sup>解法を時間的振舞に注目して述べている。第2章では原子炉方程式を積分方程式の形にしたときのノイマン級数について述べ、これは同時に元方程式の時間モーメント解になっており、また摂動論の見方から、くり返し摂動級数との解釈も出来ることを示す。第3章ではこのノイマン級数の解析接続を近似的行つてえられる近似解として少数極展開法を提唱する。これは時間モーメント解から関数フイッティング法によつてえられる解である。この近似解の近似度と、その他の若干の性質についてのべる。第4章では、この少数極展開のやり方をより広範囲の問題に適用しうるよう、若干の拡張の方法をのべている。

## 第2部

第1章では、少数極展開法を原子炉空間依存伝達関数の計算に応用する仕方についてのべる。第2章では過渡状態に対する応用として、線型として扱える瞬時的な制御棒の落下や、反応度の投入の場合についてのべ線型化出来る非線型について言及している。第3章では、空間依存伝達関数の数値例として、零出力一群均質平板炉の場合について、別に求める厳密解と、この少数極展開法で求めた近似解を比較し、この少数極展開法が、簡便な計算方法ですぐれた精度の解を与えることを示す。

第4章は実際の炉の空間依存伝達関数に応用したもので、対象は日本原子力研究所の黒鉛減速平均質臨界集合体“SHE”をとり、2群2領域拡散近似として計算し、少数極展開法で求めた伝達関数と第5部でのべるパイルオツシレーターによる測定実験のデータとを比較し良好な一致をしていることをのべ、実際の炉についても充分適用可能な方法であることを示している。



### 第3部

第1章では多領域炉の動特性を集中定数化して多点近似動特性として表現する一つのモデルについて述べる。

第2章では、これに少数極展開法を応用しうることを述べさらにいわゆる遅延中性子群モデルとの関係について述べる。

第3章では、この方法を実際の炉に応用し、上述の“SHE”臨界集合体について反射体と炉心の2領域炉と考えたときの動特性について計算し、実験値と比較している。

### 第4部

第1章では媒質中での中性子の減速、熱化の時間依存問題に少数極展開法を、エネルギー依存動特性の形として応用出来ることを示す。また基礎方程式の固有値問題と関連した熱化時定数について述べる。

第2章では、簡単な数値例として水素自由ガス中での中性子減速熱化の時間依存スペクトル、種々の非 $1/\nu$ 検出器の時間応答および熱化時定数について計算した例を示し、報告されている若干の実験値と比較している。

### 第5部

第1章ではパイルオッシレーター法で行った日本原子力研究所“SHE”臨界集合体の空間依存伝達関数の測定実験装置と測定法について述べる。

第2章では実験データの解析方法およびその精度について述べ

第3章では得られた実験結果と考えられる誤差について若干の検討を行っている。

以上が本論文の内容の概略である。

# 第1部 原子炉動特性の基礎理論の研究<sup>(1)(2)(3)</sup>

## 緒 論

本研究は時間に関し一階の線型偏微分方程式で記述される体系の動特性についての一概論である。

まず基礎方程式の解法として従来から行われている固有関数展開法、多点近似法、シンセシス法について略述する。固有関数展開法では、基礎方程式の作用素を対角化するような固有関数系を求めることが出来れば解は簡単な形に表わせるが通常そのような固有関数系を求めることは困難である。しかもこの形の解はどんな目的にも有用であるとは限らない。たとえば収束が必ずしも速いとは限らない。しかも原子炉の理論においては最低固有値および固有関数は臨界状態に対応して明確な物理的意味をもつが、高次の固有値、固有関数はむしろ仮想的な数学的概念であり、それらの適当な重ね合せが過渡的な中性子束などに対応するだけである。(このような固有値問題による表現は量子力学で主として完成されたものであるが、ここでは固有値は高次のものも含めて観測された物理量という積極的意味をもっている<sup>(4)</sup>) したがって、実用的な観点からは、これとは別な表現の解があつてもよいし、また不足でもある。

このような観点から積分方程式のノイマン級数の近似解と接続として得られる少数極展開法を提唱し、その数学的意味について述べる。さらにこの理論の若干の拡張について述べる。具体的な原子炉動特性への適用は第2部以下で述べる。

なお本研究では出力と共に体系の核的性質や幾何学的形状が変化しない場合、すなわち、出力からのフィードバックのない零出力炉の動特性を念頭においている。

# 第1章 基礎方程式と従来解法

## 1.1 基礎方程式

発出力の原子炉動特性は通常次の非斉次項をもつ時間に関し一階の線型微分（或いは積分）方程式で記述される。

$$M(r)\phi(r,t) + \delta(r-r_0)\delta(t) = \frac{\partial \phi(r,t)}{\partial t} \quad (1.1.1)$$

簡単のためベクトル変数  $r$  は時間  $t$  以外のすべての独立変数を成分とするベクトルを表わす。 $r$  の関数  $\phi(r,t)$  は  $r$  の成分および  $t$  を独立変数とするスカラー量の未知関数である。例えば時間  $t$  以外の独立変数が直角座標  $x, y, z$  であるときはベクトル  $r$ ，その任意の関数  $F(r)$  およびその体積積分は次のように定義する。

$$r = r(x, y, z), \quad F(r) = F(x, y, z)$$

$$\int_V F(r) dV = \iiint_V F(x, y, z) dx dy dz$$

(1.1.1) 式において  $\phi(r,t)$  には適当な境界条件たとえば領域外側境界  $\Gamma$  上で  $\phi(\Gamma, t) = 0$  が課せられている。 $M(r)$  は線型微(積)分作用素で、一般にその中に含まれるパラメータが  $r$  の関数になっている。 $\delta(t)$  は Dirac のデルタ関数である。基礎方程式の具体的な形の例を附録に掲げる。

(1.1.1) 式の解は体系中の一点  $r_0$  に  $t=0$  に入力されたパルス源に対するパルス応答、すなわち時間依存グリーン関数にあたり、これを  $G(r, r_0, t)$  とする。すると源の項（非斉次項）が  $S(r)\delta(t)$  の形で変化したときの解は次式で表わせる。

$$\phi(r,t) = \int_{-\infty}^t \int_V dV_0 d\tau S(r_0)\delta(\tau)G(r, r_0, t-\tau) \quad (1.1.2)$$

(1.1.1) 式を  $t$  に関してラプラス変換すると  $\phi(r,t)$  の初期値を零として

$$M(r)\phi(r,s) + \delta(r-r_0) = S\phi(r,s) \quad (1.1.3)$$

$$\text{ただし } \mathcal{L}[\phi(r,t)] = \phi(r,s), \quad \mathcal{L}[\delta(t)] = 1$$

この解は遷伝達関数 (source transfer function)  $\phi_G(r, r_0, s)$  であり時間依存グリーン関数  $G(r, r_0, t)$  のラプラス変換に相当している。すなわち

$$\mathcal{L}\{\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t)\} = \phi_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, s) \quad (1.1.4)$$

$$\Phi(\mathbf{r}, s) = \mathcal{L}\{\Phi(\mathbf{r}, t)\} = \mathcal{L}(s) \int_V \phi_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, s) S(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0 \quad (1.1.5)$$

$$\mathcal{L}(s) = \mathcal{L}\{\mathcal{L}(t)\}$$

原子炉空間依存中性子素伝達関数はこの  $\phi_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, s)$  で表わされるので以下の議論はすべてこの  $\phi_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, s)$  について行う。

## 1.2. 固有関数展開法 (モード展開法)

正統的な (1.1.3) 式めとき方は固有関数展開法 (モード展開法) であり  $\phi(\mathbf{r}, s)$  と同じ境界条件を満たす 固有関数系  $\phi_n(\mathbf{r})$

$$M(\mathbf{r}) \phi_n(\mathbf{r}) + \varepsilon_n \phi_n(\mathbf{r}) = 0, \quad (1.1.6)$$

およびその随伴系  $\phi_n^*(\mathbf{r})$

$$M^*(\mathbf{r}) \phi_n^*(\mathbf{r}) + \varepsilon_n \phi_n^*(\mathbf{r}) = 0, \quad M^* = M \text{ の随伴作用素} \quad (1.1.7)$$

を求めることが出来れば  $\phi_n(\mathbf{r})$  で  $\phi(\mathbf{r}, s)$  および  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$  を展開して (1.1.3) 式に代入することにより

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m^*(\mathbf{r}_0) \phi_m(\mathbf{r}) \quad (1.1.8)$$

$$\phi(\mathbf{r}, s) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\phi_m^*(\mathbf{r}_0)}{s + \varepsilon_m} \phi_m(\mathbf{r}) \quad (1.1.9)$$

の形の解をうる方法である。<sup>註1)</sup> ただし固有値  $\varepsilon_m$  は離散的とし  $\phi_m(\mathbf{r})$  と  $\phi_n^*(\mathbf{r})$  は領域内で直交系を作り

$$\int_V \phi_n^*(\mathbf{r}) \phi_m(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \delta_{mn} \quad (1.1.10)$$

と正規化されているものとする。解 (1.1.9) 式は、右領域ではパルス応答

(註1)

(i)  $\phi_n(\mathbf{r})$  の一次結合で元方程式の解となりうるすべての関数を表わすことが出来る。

(ii) 物理的な条件  $\phi(\mathbf{r}, t) \geq 0$  が満たされている。

などが仮定されている。

$$\phi(r, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m^*(r_0) \phi_m(r) e^{-\epsilon_m t}, \quad t \geq 0 \quad (1.1.11)$$

である。(1.1.6) 式の解の  $\phi_n(r)$  を使えば (1.1.9) 式のように  $\phi_m(r)$  の展開係数は  $m$  のみに依存するが、領域内で直交する任意の直交関数系をとつて来たときは必ずしも (1.1.9) 式のように  $r$  と  $S$  に関して変数分離が出来ず、 $\phi_m(r)$  の展開係数は他のモード  $n$  にも関係し、いわゆるモード間の結合が生ずる。(1.1.9) 式のような形の解を与える関数系はファイナリティーの性質をもつと云い<sup>(17)</sup> これは作用素  $M(r)$  を対角化する関数系を意味する。(1.1.9) 式は数学的にも物理的にも簡潔で明解な解であるが普通固有問題 (1.1.6) 式および (1.1.7) 式を解析的に解くのは極めて難しいことが多く、数値的にも多くの計算時間を要する。またたとえ解けたとしても (1.1.9) 式の収束の良さについては必ずしも優れているとは限らない。より簡単に求めうるラプラス変換<sup>(8)(9)(10)</sup> の固有関数系に展開するモード展開法もある。<sup>(8)(9)(10)</sup> これは一般にはファイナリティーの性質を持たないのでモード間の結合が現われることが多い。

### 1.3 シンセシス法および多点近似法

より実際的な近似解としてシンセシス法と多点近似法について略述する。

#### (i) シンセシス法 (擬似直交関数展開)

近似解として 次の形のものをとる

$$\phi(r, s) \cong \sum_{j=1}^R b_j(s) g_j(r) \quad (1.1.12)$$

元方程式が従うべき変分問題を考へておき、 $g_j(r)$  を試行関数として変分問題のオイラー・ラグランジュの式を求めて  $b_j(s)$  の従うべき式をきめる方法である。<sup>(11)</sup> また  $g_j(r)$  としてある外乱の入る前の定常状態の分布と外乱が入ってから充分長い時間たつたときの漸近分布との2つをとり、これらの随伴関数を使つて  $b_j(s)$  をきめる方法もある。<sup>(12)</sup> このように  $g_j(r)$  は実際の問題について物理的考察から解をうまく表現するように選ぶ。

#### (ii) 多点近似法 (ノード法)

$g_j(r)$  としてある領域でのみ値をもち、他の領域では零となるような直交系をもつてくることが出来る。すなわち

$$\phi(r, s) \cong \sum_{j=1}^R c_j(s) h_j(r) \quad (1.1.13)$$

$$\left. \begin{aligned} h_j(r) &= w(r) & r \in j \text{ 領域} \\ &= 0 & r \notin j \text{ 領域} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.14)$$

$$\int_{r \in j} h_i(r) h_j(r) dr = 0 \quad (1.1.15)$$

このとき領域のわけ方は普通元方程式の係数がある部分領域内で一定で、他領域との境界で、不連続的に変化しているような多領域系の場合は、その部分領域のわけ方と同じようにとられる。これは元の分布定数系を  $|r|$  について集中定数化して表わしたものに当る。このとき  $C_j(s)$  の従うべき式は要分問題とは別個の物理的考察からきめられていることもある。(13)(14)(15)

普通大容量の電子計算機を使つて  $|r|$  について多くのメッシュに分割し等価な差分方程式に変換して直接時間積分を行つて解く方法は、この多点近似法で、各メッシュを中点とするような多くの部分領域に分割した場合に相当する。通常メッシュ数はかなり多くとられるので各領域間の結合の仕方は簡単になる。

シンセシス法や多点近似法は固有関数展開法と比較して次のような特徴がある。

- (i)  $g_j(r)$  や  $h_j(r)$  として任意の形に選べる。ただしあまり不適当な形に選ぶと失敗する。
- ii) モードの数  $R$  が少なくてすむ。
- iii) 原子炉の基礎方程式のように時間に關し一階の微分方程式に対しては誤差の評価が難しい。(12)

## 第2章 基礎方程式に対応する積分方程式のノイマン級数

### 2.1 積分方程式のノイマン級数

以下の議論では作用素  $M(r)$  の固有値  $\varepsilon_n \neq 0$  とする。

(1.1.3) 式に対応する積分方程式は抽象的な書き方<sup>(註1)</sup> をすれば

$$\phi(r, s) = -[M(r) - s]^{-1} \delta(r - r_0) \quad (1.2.1)$$

でありパラメーター  $s$  に関するノイマン級数<sup>(17)</sup> は

$$\begin{aligned} \phi(r, s) &= -[1 - SM^{-1}(r)]^{-1} M^{-1}(r) \delta(r - r_0) \\ &= [1 - SM^{-1}(r)]^{-1} \psi_1(r) \\ &= (1 + SM^{-1}(r) + S^2 M^{-2}(r) + \dots) \psi_1(r) \\ &= \psi_1(r) + S\psi_2(r) + \dots + S^m \psi_{m+1}(r) + \dots \quad (1.2.2) \end{aligned}$$

である。ただし

$$\psi_1(r) = -M^{-1}(r) \delta(r - r_0) = \phi_q(r, r_0, 0) \quad (1.2.3)$$

でこれは (1.1.3) 式の定常解 ( $s=0$  のときの解) である。

ノイマン級数 (1.2.2) 式の係数  $\psi_m(r)$  は定常状態の方程式

(註1)

作用素  $(M-S)^{-1}$  や  $M^{-1}$  はグリーン作用素<sup>(16)</sup> である。通例の書き方では (1.2.1) 式は、

$$\phi(r, s) = \int_V \phi_q(r, r', s) \delta(r' - r_0) dr'$$

(1.2.3) 式は

$$\psi_1(r) = \int_V \phi_q(r, r', 0) \delta(r' - r_0) dr'$$

となり、 $\phi_q(r, r', s)$  は作用素  $(M-S)$  のグリーン関数である。

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(r) &= -M^{-1}(r)\delta(r-r_0) \quad \text{i.e.} \quad M(r)\psi_1(r) + \delta(r-r_0) = 0 \\ \psi_2(r) &= M^{-1}(r)\psi_1(r) \quad \text{i.e.} \quad M(r)\psi_2(r) - \psi_1(r) = 0 \\ \psi_n(r) &= M^{-1}(r)\psi_{n-1}(r) \quad \text{i.e.} \quad M(r)\psi_n(r) - \psi_{n-1}(r) = 0 \end{aligned} \right\} (1.2.4)$$

を逐次とくことによつて求められる。

この級数の収束域は原点  $S=0$  を中心とし、 $[M(r)-S]^{-1}$  の特異点のうち最も原点に近い点を通る円の内部  $|S| < \min |\varepsilon_n|$  である。いま

$0 < |\varepsilon_1| < |\varepsilon_2| < \dots < |\varepsilon_n| < \dots$  とすると、この円は最低固有値でさまる領域  $|S| < |\varepsilon_1|$  となる。一方 (1.1.3) 式の解 (1.1.9) 式は  $S = -\varepsilon_n$

( $n=1, 2, \dots, \infty$ ) の点を除く全  $S$  平面で意味をもつ。(1.2.2) 式と (1.1.9) 式は  $|S| < \min |\varepsilon_n|$  で一致し (1.1.9) 式は (1.2.2) 式の解析接続になつてゐる。ただし、こゝで解の正則性を仮定している。

## 2.2. 摂動論による解法

次のような解状も出来る。一般に過渡状態は定常状態が過渡的な摂動  $S$  によつて乱されたものと考えられる。上の例では (1.2.1) 式は摂動をうけた作用素  $[M(r)-S]^{-1}$  が含まれている。これによつて摂動をうけてゐない状態  $\psi_1(r)$  は摂動をうけた状態  $\phi(r, S)$  になるものと考えられる。前述のノイマン級数は通常の摂動論に出てくるパラメータ  $S$  に関するくり返し摂動級数<sup>(8)</sup> (iterative perturbation series) になつてゐる。すなわち (1.1.3) 式より、

$$\begin{aligned} \phi(r, S) &= -M^{-1}(r)\delta(r-r_0) + M^{-1}(r)S\phi(r, S) \\ &= \psi_1(r) + M^{-1}(r)S\phi(r, S) \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

一次の摂動近似  $\psi^{(1)}(r, S)$  は

$$\psi^{(1)}(r, S) = \psi_1(r) + M^{-1}(r)S\psi_1(r) \quad (1.2.6)$$

一般に  $n$  次のくり返し摂動級数は

$$\begin{aligned} \psi^{(n)}(r, S) &= \psi_1(r) + M^{-1}(r)S\psi^{(n-1)}(r) \\ &= (1 + SM^{-1}(r) + S^2M^{-2}(r) + \dots + S^nM^{-n}(r))\psi_1(r) \end{aligned} \quad (1.2.7)$$



$$= \psi_1(r) + s\psi_2(r) + \dots + s^k \psi_{k+1}(r) \quad (1.2.8)$$

$k \rightarrow \infty$  ではノイマン級数(1.2.2)式と同じになる。

$$\phi(r, s) = \lim_{k \rightarrow \infty} \psi^{(k)}(r, s) \quad (1.2.9)$$

### 2.3. テーラー級数展開としての解釈(時間モーメント解)

固有値  $\varepsilon_n \neq 0$  であるから、原点は複素関数  $\phi(r, s)$  の正則点となるので原点で  $\phi(r, s)$  をテーラー展開することが出来、これはちやうどノイマン級数(1.2.2)式に等しい。これは

$$\phi(r, s) = \sum_{n=1}^{\infty} s^{n-1} \psi_n(r) \quad (1.2.10)$$

を元方程式(1.1.3)式に代入し、 $s^n$ の項を比較すればわかる。

いま

$$\psi_{n+1}(r) = \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n \phi(r, s)}{\partial s^n} \right|_{s=0} \quad (1.2.11)$$

の関係があるが一方向ラプラス変換の性質により

$$\left. \frac{\partial^n \phi(r, s)}{\partial s^n} \right|_{s=0} = (-1)^n \int_0^{\infty} t^n \phi(r, t) dt \quad (1.2.12)$$

である。ここで  $0 < \varepsilon_1 < \dots < \varepsilon_n < \dots$  としておくと右辺の積分は収束する。結局

$$\psi_{n+1}(r) = \frac{(-1)^n}{n!} \int_0^{\infty} t^n \phi(r, t) dt \quad (1.2.13)$$

の関係がある。すなわちノイマン級数の  $(n+1)$  項の係数は、時間領域  $t(0, \infty)$  においては、原点  $t=0$  に属する  $\phi(r, t)$  の  $n$  次時間モーメントに関係した量になっている。これはラプラス変換

$$\phi(r, s) = \mathcal{L}[\phi(r, t)] = \int_0^{\infty} \phi(r, t) e^{-st} dt \quad (1.2.14)$$

が  $\phi(r, t)$  の積率母関数(moment generating function)に類似の式になっていることから直観的にうなづける。

すなわち  $\phi(r, t)$  の時間モーメント解(time-moment solution)

$\psi_n(r)$  は定常状態の方程式(1.2.4)式をくり返し解けば求まる。

# 第3章 少数極展開法

## 3.1 ノイマン級数の近似解析接続(少数極展開法)

ノイマン級数(1.2.2)式が求まったとして、この近似的な解析接続を適当に見つけることにより、近似解を得てみよう。色々な形の近似解が考えられるが、厳密な解析接続(1.1.9)式において  $\varepsilon_n$  を  $|\Gamma|$  の関数とし、有限項の和とした形

$$\Phi_N(|\Gamma, s) = \sum_{n=1}^N \frac{K_n(|\Gamma|)}{s + \tau_n(|\Gamma|)} \quad (1.3.1)$$

を採用してみよう。も領域での形は

$$\Phi_N(|\Gamma, t) = \sum_{n=1}^N K_n(|\Gamma|) e^{-\tau_n(|\Gamma|)t}, \quad t \geq 0 \quad (1.3.2)$$

で、 $|\Gamma|$  に依存する減衰定数  $\tau_n(|\Gamma|)$  をもって減衰する  $N$  個のモード  $K_n(|\Gamma|)$  の重ね合せの形になっている。

近似的に解析接続する手続は(1.3.1)式を  $s=0$  点で展開したテーラー級数とノイマン級数(1.2.2)式の最初の  $2N$  項が等しくなるように  $2N$  個の未知数  $K_n(|\Gamma|)$ ,  $\tau_n(|\Gamma|)$  をきめるものとする。

すなわち、

$$\begin{aligned} \Phi_N(|\Gamma, s) &= \sum_{n=1}^N K_n(|\Gamma|) \tau_n^{-1}(|\Gamma|) - s \sum_{n=1}^N K_n(|\Gamma|) \tau_n^{-2}(|\Gamma|) + \dots \\ &+ (-1)^m s^m \sum_{n=1}^N K_n(|\Gamma|) \tau_n^{-(m+1)}(|\Gamma|) + \dots \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

一方ノイマン級数は

$$\begin{aligned} \phi(|\Gamma, s) &= \psi_1(|\Gamma|) + s \psi_2(|\Gamma|) + \dots + s^m \psi_{m+1}(|\Gamma|) + \dots \quad (1.2.2) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^*(|\Gamma_0|) \phi_n(|\Gamma|) \varepsilon_n^{-1} - s \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^*(|\Gamma_0|) \phi_n(|\Gamma|) \varepsilon_n^{-2} + \dots \\ &+ (-1)^m s^m \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^*(|\Gamma_0|) \phi_n(|\Gamma|) \varepsilon_n^{-(m+1)} + \dots \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

よって  $K_n(|\Gamma|)$ ,  $\tau_n(|\Gamma|)$  は 次の  $2N$  個の連立方程式の解である。

$$\left. \begin{aligned} K_1 \tau_1^{-1} + K_2 \tau_2^{-1} + \dots + K_N \tau_N^{-1} &= \psi_1 \\ K_1 \tau_1^{-2} + K_2 \tau_2^{-2} + \dots + K_N \tau_N^{-2} &= \psi_2 \\ &\vdots \\ K_1 \tau_1^{-m} + K_2 \tau_2^{-m} + \dots + K_N \tau_N^{-m} &= (-1)^{m-1} \psi_m \\ &\vdots \\ K_1 \tau_1^{-2N} + K_2 \tau_2^{-2N} + \dots + K_N \tau_N^{-2N} &= \psi_{2N} \end{aligned} \right\} (1.3.5)$$

この方程式は次のようにしてとける。

いま  $T_m = -1/\tau_m$  ( $m=1 \dots N$ ) とすると  $T_m$  は  $N$  次代数方程式

$$\det \begin{vmatrix} T^N & \psi_{N+1} & \dots & \psi_{2N} \\ T^{N-1} & \psi_N & \dots & \psi_{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T^{m-1} & \psi_m & \dots & \psi_{m+N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T & \psi_2 & \dots & \psi_{N+1} \\ 1 & \psi_1 & \dots & \psi_N \end{vmatrix} = 0 \quad (1.3.6)$$

の根であり、この  $N$  個の根（複素根を含む）が求まれば、連立一次方程式

$$\begin{pmatrix} T_1 & \dots & T_N \\ T_1^2 & \dots & T_N^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ T_1^m & \dots & T_N^m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ T_1^N & \dots & T_N^N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_m \\ \vdots \\ K_N \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_m \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \quad (1.3.7)$$

をこいて  $N$  個の  $K_m$ （対応する  $T_m$  が複素数ならば  $K_m$  も複素数）が決定する。この近似解は厳密解（1.1.9）式のおつ  $S$  平面上の無限個の極  $\epsilon_n$  を等価な少数の極  $\epsilon_n(1f)$  で代表するように近似解折接続したものであり、便宜上少数極展開と名づけておく。

### 3.2 関数フィッティング法との関係

この近似解は、厳密解と  $S=0$  点でのテーラー級数の最初の  $2N$  項に関しては両者が一致するように選ばれているが、これは  $z$  領域では、0次から  $2N-1$  次

モーメントまでが等しくなるように近似解(1.3.2)のパラメーターを選んだことになり、これは輸送問題などですでに用いられている、関数フィッティング法 (function fitting method)<sup>(19)</sup> と同内容のものである。これを略述するヒュー次元のある分布  $f(x)$  の原点に関するモーメント

$$f_n = \int_R x^n f(x) dx, \quad (n=0, 1, \dots) \quad (1.3.8)$$

がわかっているとき、右側の  $f(x)$  を構成する方法として、任意の関数  $W(x, \beta_c)$  を選んで

$$f(x) = \sum_{c=1}^N \alpha_c W(x, \beta_c) \quad (1.3.9)$$

とし、 $f(x)$  の  $(2N-1)$  次までのモーメントを正しく与えるように  $\alpha_c, \beta_c$  を選んで  $f(x)$  をフィッティングする方法である。

いま  $O_n$  を  $n$  次モーメントを与える作用素とすると (1.3.9) 式より

$$f_n = \sum_{c=1}^N \alpha_c O_n W(x, \beta_c) \quad (1.3.10)$$

そこで

$$O_n W = V_n V_c' \beta_c^n \quad (1.3.11)$$

となるように  $W$  を選んだとすると、

$$\bar{f}_n = \sum_{c=1}^N \bar{\alpha}_c \beta_c^n \quad (1.3.12)$$

$$\text{ただし} \quad \bar{\alpha}_c = \alpha_c V_c', \quad \bar{f}_n = f_n / V_n \quad (1.3.13)$$

となり、 $\beta_c$  は  $N$  次代数方程式

$$\det \begin{vmatrix} \beta^N & \bar{f}_N & \bar{f}_{N+1} & \dots & \bar{f}_{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta & \bar{f}_1 & \dots & \dots & \bar{f}_N \\ 1 & \bar{f}_0 & \dots & \dots & \bar{f}_{N-1} \end{vmatrix} = 0 \quad (1.3.14)$$

より求められ、 $\beta_c$  が求まると (1.3.12) 式より  $\alpha_c$  が求められる。

この関数フイット法において  $x$  の代りに時間  $t$  に選び  $(0, \infty)$  の半無限区間のモーメントについて  $W(x, \beta_c)$  の形として  $e^{t/\beta_c}$  の形をもつてきたものが前述の少数極展開に相当している。(註1)

### 3.3 少数極展開の近似度

少数極展開の近似度について精密に議論するのは難しい。文献(19)にも試行関数  $W$  を不適当に選ぶと全然不合理な値が現われる(たとえば、 $\beta_c$  が負になることが物理的にわがっている場合では、 $\beta_c$  が正になつたりすること)のですのでわかるし、適当な  $W$  を選んだときは充分正確な解を与えるという程度にしか述べられていない。ここでは  $S$  に関するくり返し摂動級数を近似的に解析接続したものと解析する観点から定性的直観的な議論をする。

(1.2.2 式)のくり返し摂動級数は  $|S| = \min_n |\varepsilon_n|$  をこえると収束しなくなる。普通の摂動論のように(1.2.2)式の最初からの数項をとっているような近似では  $|S| < \min_n |\varepsilon_n|$  の内部でも  $|S| = \min_n |\varepsilon_n|$  に近づくにつれて急速に近似度は悪くはつてゆく<sup>(18)</sup>。だから通常よく行われる  $S$  あるいは  $S^2$  の項までとる1次あるいは2次の摂動級数ではよい近似を与える。摂動  $S$  の大きさの範囲は収束域  $|S| < \min_n |\varepsilon_n|$  より、かなり小さいものと思われる。

ところが、近似的にはあるが、ほぼ  $S = -\varepsilon_n$  点に ( $S=0$  点でのテーラー展開又は  $t=0$  点に関する時間モーメントに関して)等価な極  $\tau_n$  をもつような形式(1.3.1)式のようにこの級数を解析接続してゆくと、よい近似を与える  $S$  の領域は、もとの級数の収束域をこえて広がってゆくと直観的に考えうる。ある  $S = -\varepsilon_n$  点附近の複素関数  $\phi(\beta, S)$  は、その近傍から原点に至るまでにかかれた近似極  $\tau_n(\beta)$  の効果によつてかなりよく表現されるものとするならば少数極展開(1.3.1)式は原点からはじまつて、最も遠くはなれた  $|S| = \max_n |\tau_n|$  附近まで、うまく接続が行われているであろう。

パラメター  $S$  の意味は直観的には、定常状態の近傍、即ち  $S \rightarrow 0$  では  $t \rightarrow \infty$

(註1)

中性子減速の時間依存問題において Marshak 等は類似のやり方<sup>(20)</sup>で近似解を求めているが  $W(t, \beta_c)$  の形はもつと複雑な形にとられている。なお筆者の少数極展開はこれとは独立におこなつたものである。

または周波数  $\omega \rightarrow 0$  を意味し、 $S \rightarrow \infty$  に対応して  $t \rightarrow +0$ ,  $\omega \rightarrow \infty$  を意味するから  $S$  は過渡的振動の大きさに対応する。少数極展開 (1.3.1) 式で項数  $N$  を多くすると、 $\tau_n$  の絶対値の大きいものが現われてくるならば、それにつれて、近似度のよい  $S$  の領域が原点を中心に広がってゆく。だからよい近似が期待出来る領域は、定常状態  $t \rightarrow \infty$  または低周波域  $\omega \rightarrow 0$  からはいまつて、大きな過渡的振動の入っている状態  $t \rightarrow +0$  または高周波域  $\omega \rightarrow \infty$  へと広がってゆくだろう。

さらに、この  $N$  (有限) 個の近似極は、敵密群のもつ無限個の極のもつ情報を券価的に含んでいるので、固有関数展開 (1.1.9) 式で最初の  $N$  項をとった近似式よりも、近似度はよく、より速い収束をすることが期待出来る。

以上は定性的な議論のみで近似の誤差そのものについての議論は未だ充分ではない。一般的に云つて項数をませばますほど近似度はいくらかでも上るものと思われる。  $N \rightarrow \infty$  のとき  $\tau_n(r) \rightarrow \varepsilon_n$ ,  $K_n(r) \rightarrow \phi_n^*(r_0) \phi_n(r)$  となるはずである。しかし実際に数値計算を行うとき解の近似度は、 $\psi_n(r)$  の精度に依存するものと思われる。いま

$$\left. \begin{aligned} \psi_n(r) &= M^{-n+1}(r) \cdot \psi_1(r) \\ \psi_{n+1}(r) &= M^{-n}(r) \cdot \psi_1(r) \end{aligned} \right\} \quad (1.3.15)$$

であり、行列  $M^{-1}(r)$  の最低固有値を計算すべき乗法 (Power Method) の場合と類似のくり返しになっている。つまり、 $m$  が大きくなるにつれて  $\psi_m(r)$  に含まれるより高次のモードから減すいしてゆき、遂に最低次のモードに漸近し

$$\psi_m(r) \propto \phi_{\text{lowest}}(r) \quad (1.3.16)$$

$1 \leq m \leq 2N$  のうち一番大きな  $m$  に対して

$$\left| \frac{\psi_{m-1}(r)}{\psi_m(r)} \right| \cong \min |\varepsilon_n| \cong \min |\tau_n(r)| \equiv \tau_1(r) \quad (1.3.17)$$

と云う具合にきまる。

次に絶対値の小さい  $\tau_2(r)$  は、より小さい  $m$  の値についての  $\psi_m(r)$  から  $\tau_1(r)$  の効果を分離することによつてきまり、順次同様のやり方で擬似的な高次固有値  $\tau_n(r)$  が求まるものと直観的に考えられる。

つまり  $\psi_m(r)$  は多数の固有値、固有関数から計算される積分的な量であり、

$\tau_n(r)$  や  $K_n(r)$  はこれらから分離された微分的な量で擬似的な固有値、固有

関数である。この分離は微分的操作なので当然 桁落ちの起るこゝが予想される。つまり  $\psi_m(r)$  の精度 (いかに高次のモードの効果まで精度よく含まれているか) によつて、さらに  $\mathcal{L}_n(r)$  や  $K_n(r)$  の計算精度によつて、少数極展開の近似度がきまらるだろう。

### 3.4. 1 極展開および 2 極展開

$N=1$  とした 1 極展開は

$$\Phi_1(r, s) = \frac{K_1(r)}{s + \tau_1(r)} = \frac{K_1'(r)}{s\tau_1'(r) + 1} \quad (1.3.18)$$

$$\left. \begin{aligned} K_1(r) &= -\psi_1^2(r)/\psi_2(r), \quad K_1'(r) = \psi_1(r) \\ \tau_1(r) &= -\psi_1(r)/\psi_2(r), \quad \tau_1'(r) = -\psi_2(r)/\psi_1(r) \end{aligned} \right\} \quad (1.3.19)$$

となり伝達関数  $\phi(r, s)$  の零極 1 次遅れ近似または右領域では等価指数関数減衰近似

$$\mathcal{L}^{-1}[\Phi_1(r, s)] = K_1(r) e^{-\tau_1(r)t} \quad (1.3.20)$$

になつてゐる。このときの時定数は

$$\tau_1'(r) = -\psi_2(r)/\psi_1(r) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{w}_n(r) \varepsilon_n^{-1} / \sum_{n=1}^{\infty} \bar{w}_n(r) \quad (1.3.21)$$

であり、ちやうど固有関数モードの時定数  $\varepsilon_n^{-1}$  をある重み関数  $\bar{w}_n(r)$  で平均したものになつてゐる。(1.3.4) 式よりわかるように、

$$\psi_1(r) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{w}_n(r) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^*(r_0) \phi_n(r) / \varepsilon_n \quad (1.3.22)$$

の關係があるから  $\bar{w}_n(r)$  は、定常状態の解  $\psi_1(r)$  の点  $r$  での  $n$  モードの値  $\phi_n^*(r_0) \phi_n(r) / \varepsilon_n$  になつてゐる。

いいかえると、体系が定常状態に近づいてゆくとき、各モードが等価な 1 次遅れの時定数  $\tau_1'(r)$  に寄与する割合は、各モードが定常状態  $\psi_1(r)$  に寄与している割合に等しいと云える。

このように  $\tau_1(r)$  と  $K_1(r)$  は高次モードの効果を含んでいるため、基本モードのみを採用した近似

$$\phi_1^*(r_0) \phi_1(r) / s + \varepsilon_1 \quad (1.3.23)$$

よりも 1 極展開 (1.3.18) の方がよりすぐれた漸近解と思われる。

高次モードが強く励起されている場合については特にそうである。

$N=2$  とした 2 極展開は、

$$\Phi_2(r, s) = \frac{K_1(r)}{s + \tau_1(r)} + \frac{K_2(r)}{s + \tau_2(r)} \quad (1.3.24)$$

$\tau_1(r)$  と  $\tau_2(r)$  は 2 次方程式

$$(\psi_2\psi_4 - \psi_3^2)\tau^2 + (\psi_4\psi_1 - \psi_3\psi_2)\tau + (\psi_1\psi_3 - \psi_2^2) = 0 \quad (1.3.25)$$

の根、 $K_1(r)$  と  $K_2(r)$  は

$$K_1 = \frac{\psi_3\tau_2 + \psi_1}{\tau_1 - \tau_2} \tau_1^2, \quad K_2 = \frac{\psi_2\tau_1 + \psi_1}{\tau_2 - \tau_1} \tau_2^2 \quad (1.3.26)$$

と求められる

$N=1$  のときのような簡単な意味は見出しにくい、 $|\tau_1| < |\tau_2|$  とすると前節でのべたことにより 1 項はほぼ基本モード成分を表わし、2 項は高次モードの効果、つまり基本モードよりのずれを表わすと考えられる。



## 第4章 少数極展開法の若干の拡張

### 4.1 原点以外の正則点での展開

原点  $S=0$  に近い極（低次固有値）の  $\psi_n(r)$  に与える効果が大きくて、遠い極（高次固有値）のそれが小さいときは、前章の 3.3 節近似度のところで述べたように、高次の極の効果を精度よく分離することが難しくなる。

原点  $S=0$  での展開は、定常状態の近傍の、低周波領域ほど、近似がよいわけであるから、もし高周波領域での近似を要求する場合は、 $S=0$  のまわりの展開が不利となるのは当然のことである。

もし  $\omega$  (rad/sec) 近傍の周波数領域での近似解が望まれる場合は  $S=\alpha \cong -\omega$  点での展開

$$\phi(r, S) = \sum_{n=1}^{\infty} (S-\alpha)^{n-1} \psi_{\alpha n}(r) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{S}^{n-1} \psi_{\alpha n}(r) \quad (1.4.1)$$

$$S-\alpha = \tilde{S}$$

をやればよい。

$S=\alpha$  点は一応正則点としておく。このとき展開点は負の実軸上に選んだが、実際上は、 $\phi(r, S)$  についての物理的考察にもとずいて選ぶべきである。（例えば、発散的な解が予想されるならば、右半面に選ぶ）

(1.4.1) 式は 基礎方程式

$$(\tilde{M}(r) - \tilde{S}) \phi(r, S) + \delta(r - r_0) = 0 \quad (1.4.2)$$

ただし  $\tilde{M}(r) = M(r) - \alpha$

において摂動パラメータ  $\tilde{S}$  に関する  $\phi(r, S)$  のくり返し摂動級数である。 $\psi_{\alpha n}(r)$  の求め方と、(1.4.1) 式の解析接続のやり方は前章までの方法において  $M(r)$  の代りに  $\tilde{M}(r)$ 、 $S$  の代りに  $\tilde{S}$  を用いたものと全く同様である。

### 4.2 極での展開

今までは展開点  $S=0$  や  $S=\alpha$  は正則点としたが、これが負位の極である場合は、テーラー展開のかわりに  $S^{-\alpha}$  の項よりはじまるローラン展開をする必要がある。このとき  $-\alpha$  は作用素  $M(r)$  の負重に縮退した固有値になっている。一例として  $M(r)$  の最低固有値（1重とする） $\varepsilon_1=0$  のとき、すなわち

$$M(r) \phi_i(r) = 0 \quad (1.4.3)$$

のとき、(1.2.2.)式に対応して、ローラン展開

$$\phi(r, s) = s^{-1} \psi_{-1}(r) + \psi_1(r) + s \psi_2(r) + \dots \quad (1.4.4)$$

がは要で 係数  $\psi_n(r)$  は、(1.2.4) 式に対応して

$$\left. \begin{aligned} M(r) \psi_{-1}(r) &= 0 \\ M(r) \psi_1(r) - \psi_{-1}(r) + \delta(r - r_0) &= 0 \\ M(r) \psi_2(r) - \psi_1(r) &= 0 \\ &\vdots \\ M(r) \psi_n(r) - \psi_{n-1}(r) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.4.5)$$

となる。このとき  $\psi_n(r)$  を、正規化された  $\phi_i(r)$  に平行な成分と直交する成分に分解し

$$\psi_n(r) = c_n \phi_1(r) + h_n(r) \quad (1.4.6)$$

とする。

(1.4.5) の各式が解をもつためには、各方程式の非斉次項が  $\phi_i(r)$  に直交せねばならない。<sup>(22)</sup> よって

$$\left. \begin{aligned} c_{-1} &= \int_V \phi_i^*(r) \delta(r - r_0) dV = \phi_i^*(r_0) \\ c_n &= 0, (n \geq 1) \quad \therefore \psi_n(r) = h_n(r), (n \geq 1) \\ h_{-1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.4.7)$$

よって(1.4.4)式の各係数をきめる式は

$$\left. \begin{aligned} \psi_{-1}(r) &= \phi_i^*(r_0) \phi_i(r) \\ M(r) \psi_1(r) &= \phi_i^*(r_0) \phi_i(r) - \delta(r - r_0) \\ M(r) \psi_2(r) &= \psi_1(r) \\ &\vdots \\ M(r) \psi_n(r) &= \psi_{n-1}(r) \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (1.4.8)$$

である。つまり  $\psi_1(r)$  は  $\phi_1(r)$  成分のみであるが  $\psi_n(r)$ ,  $n \geq 1$  は  $\phi_1(r)$  に直交する成分のみに注目してよく。(1.4.4) 式の解析接続は  $n \geq 1$  の部分のみについて行い、あとで積分要素  $S^{-1} \psi_1(r)$  を加えればよい。

#### 4.3. 一般の形の過渡摂動について

前節までは  $S$  の形の過渡摂動のみを取扱ったが一般に  $M_t(r, S)$  の形の摂動に対しても拡張出来る。定義により  $M_t(r, 0) = 0$  である。

この拡張によつて時間に関する 2 階の偏微分方程式に対する応用、例えば電磁界などの波動方程式に対する応用も可能になる。まず

$$M_t(r, S) = \sum_{n=1}^{\infty} S^n M_{tn}(r) \quad (1.4.9)$$

の形に展開しておいて、 $\phi(r, S)$  のテーラー展開と共に

$$[M(r) - M_t(r, S)] \cdot \phi(r, S) + \delta(r - r_0) = 0 \quad (1.4.10)$$

に代入し、 $S^n$  の項を比較すれば前述の場合と同様のやり方が出来る。

いま

$$M_t(r, S) = \frac{S}{S + \lambda} R(r) \quad (1.4.11)$$

の形をしているとき (1.4.9) 式のように展開して代入してしまうと求まった級数解を解析接続するときに  $S = -\lambda$  の極をこえて接続するのに労力を費さねばならない。 $\phi(r, S)$  の  $S$  に関するテーラー展開のかわりに  $S/(S + \lambda)$  のべきに展開すると、この  $S = -\lambda$  の極をこえて接続する必要がなくなる。

一般に

$$M_t(r, S) = g(S) R(r) \quad (1.4.12)$$

と分離可能のときは  $g(S)$  のべきに展開すればよい。

そして  $g$  平面で  $g$  を前節までの  $S$  のように扱つて、同様の方法で接続しえられた近似解は  $g = g(S)$  によつて  $S$  平面に変換しなおせばよい。

つまり、

$$\phi(r, S) = [1 - g(S) \bar{M}'(r) R(r)]^{-1} \psi_1(r) \quad (1.4.13)$$

$$= \psi_1(r) + g(S) \psi_2(r) + g^2(S) \psi_3(r) + \dots \quad (1.4.14)$$

$\psi_n(r)$  は

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(r) &= -M^{-1}(r) S(r-r_0) \\ \psi_2(r) &= M^{-1}(r) R(r) \psi_1(r) \\ &\vdots \\ \psi_n(r) &= M^{-1}(r) R(r) \psi_{n-1}(r) \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (1.4.15)$$

よりきまる。(1.4.14)式の収束域は固有値方程式

$$M(r) \phi_n(r) + \theta_n R(r) \phi_n(r) = 0 \quad (1.4.16)$$

の最低固有値  $\theta_1$  によつてきまる。

## 結 論

原子炉空間依存振動性について従来から行われている固有関数展開法とは違つた表現として、ある特定の点  $r$  での解を簡単な伝達関数の形に表わし、その中のパラメターを  $r$  依存とする表現として少数極展開法を提唱した。この近似解の数学的意味は積分方程式のノイマン級数(またはくり返し摂動級数)の近似解析接続した解であり、同時に時間モーメント解から関数フィッティング法によつて構成した解として基礎づけられる。さらに前者の解状に立つて、より一般的な過渡摂動の入つた場合に拡張出来た。

この少数極展開法は一般の分布定数系の時間依存問題に適用しうるものであるが関数解析の立場からより一層の基礎づけを行う必要がある。

## 第2部 原子炉空間依存動特性に対する少数極展開法の の応用<sup>(1)(23)(24)</sup>

### 緒 言

第1部で述べた少数極展開法を用いて、線型分布定数系の源伝達関数または空間依存のグリーン関数を近似的に計算するので、本研究では、これを原子炉空間依存動特性に応用した例を示す。

零出力炉の空間依存伝達関数の計算方法を述べ、空間依存性の現われ方の定性的な議論を行い、次に過渡状態に対する応用として瞬時的に体系が変化し、その後は不変であるような場合の出力分布の計算方法について述べる。また出力からのフィードバックが起る場合についても言及する。

さらに1群均質平板未臨界炉の空間依存伝達関数および実際の炉の例として原子力研究所“SHE”臨界集合体の空間依存伝達関数を数値計算し、それぞれ解析的に求めた厳密解およびパイルオツシレーター実験により求めた測定値と比較してこの少数極展開法が良好な近似解であることを示す。

# 第1章 空間依存伝達関数に対する応用

## 1.1 基礎方程式とその少数極展開による解法

基礎方程式として多群拡散方程式を例にとる。オ1部でも述べたように(1.1.1)式の形にかけられるようなものならば基礎方程式としてどんなものをとつてもよい。遅発中性子が無視出来るような高周波領域では、ベクトル方程式として

$$[M_p(r)] \phi_p(r, t) + \delta_3(r - r_0) \delta(t) = [V]^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \phi_p(r, t) \quad (2.1.1)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} [M_p(r)] &= [M(r)] - [R(r)] \\ [R(r)] &= [\beta \nu \Sigma_f(r)] \\ [M(r)] &= [\nabla D(r) \nabla] - [\Sigma_a(r)] + [\nu \Sigma_f(r)] + [\Sigma_s(r)] \end{aligned} \right\} \quad (2.1.2)$$

境界条件は外坪境界 $\Gamma$ 上で

$$\phi_p(\Gamma, t) = 0$$

いたるところで 中性子束  $\phi_p(r, t)$  および中性子流  $D(r) \nabla \phi_p(r, t)$  が連続である。

2群拡散の場合

$$[M(r)] = \begin{bmatrix} \nabla D_1(r) \nabla - \Sigma_{a1}(r) + \nu \Sigma_{f1}(r) - \Sigma_s(r) & \nu \Sigma_{f2}(r) \\ \Sigma_s(r) & \nabla D_2(r) \nabla - \Sigma_{a2}(r) \end{bmatrix} \quad (2.1.3)$$

$$[R(r)] = \begin{bmatrix} \beta \nu \Sigma_{f1}(r) & \beta \nu \Sigma_{f2}(r) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.1.4)$$

$$\phi_p(r, t) = \begin{bmatrix} \phi_{p1}(r, t) \\ \phi_{p2}(r, t) \end{bmatrix} \quad \delta_1(r - r_0) = \begin{bmatrix} \delta(r - r_0) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta_2(r - r_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \delta(r - r_0) \end{bmatrix}$$

$$[V] = \begin{bmatrix} v_1 & 0 \\ 0 & v_2 \end{bmatrix}$$

である。各変数の意味は通例のものである。

$D_g$ ; 拡散係数

$\beta$ ; 遅発中性子生成割合

$\Sigma_{fg}$ ; 核分裂面積

$\nu$ ; 一核分裂当りの平均中性子放出数

$\Sigma_{ag}$ ; 吸収断面積

$g=1$ ; 熱外中性子群を表わす

$\Sigma_s$ ; 熱外中性子群の減速除去断面積

$g=2$ ; 熱中性子群を表わす

$v_g$ ; 中性子速度

$\mathbf{r}$ ; 位置ベクトル

が  $g$  組のエネルギーで経  $\mathbf{r}$ 。にある中性子源から各組の点  $\mathbf{r}$  の中性子束への中性子源伝達関数  $\phi_p(\mathbf{r}, S; \mathbf{r}_0, g)$  は次のラプラス変換された方程式の解である。

$$\{M_p(\mathbf{r}) - S\mathbf{V}^{-1}\} \phi_p(\mathbf{r}, S) + \delta_g(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 0 \quad (2.1.5)$$

いま  $[M_p(\mathbf{r})]$  の最低固有値  $-\varepsilon_{p1} < 0$  と仮定する。つまり体系が即発臨界未満であるとすると、 $\phi$  部でのベタノイマン級数は

$$\phi_p(\mathbf{r}, S) = \psi_{p1}(\mathbf{r}) + S \psi_{p2}(\mathbf{r}) + S^2 \psi_{p3}(\mathbf{r}) + \dots + S^m \psi_{p_{m+1}}(\mathbf{r}) + \dots \quad (2.1.6)$$

係数  $\psi_{pm}(\mathbf{r})$  は

$$\left. \begin{aligned} \{M_p(\mathbf{r})\} \psi_{p1}(\mathbf{r}) + \delta_g(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) &= 0 \\ \{M_p(\mathbf{r})\} \psi_{p2}(\mathbf{r}) - \{\mathbf{V}\}^{-1} \psi_{p1}(\mathbf{r}) &= 0 \\ \{M_p(\mathbf{r})\} \psi_{p_{m+1}}(\mathbf{r}) - \{\mathbf{V}\}^{-1} \psi_{pm}(\mathbf{r}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1.7)$$

よりきまる。

(2.1.7) 式は定常外部中性子源が入れうる未臨界の群拡散ゴードをくり返し使えば計算しうる。

ノイマン級数 (2.1.6) 式は、 $\phi$  部でのベタ方法により少数極展開の形  $\Phi_{pN}(\mathbf{r}, S)$  に解析接続される。 $\phi_p(\mathbf{r}, S)$  や  $\Phi_{pN}(\mathbf{r}, S)$  は各エネルギー組の中性子束 (スカラー量) を成分とするベクトル量であるが、この解析接続を行うときは、その各成分に対して  $\phi$  部でのベタ解析接続の方法を適用する。よつて以下に現われる少数極展開を行つてえられた近似解の式 32 頁 (2.2.3) 式 (2.2.4) 式、46 頁 (2.4.2) 式 (2.4.3) 式は各エネルギー組の中性子束についての式と解釈する必要がある。こうして遅発中性子を無視したときの  $\phi$  組の  $\mathbf{r}_0$  点にある点状中性子源から各組の  $\mathbf{r}$  点の中性子束への中性子源伝達関数の近似解をうる事が出来る。

遅延中性子の効いてくる低周波領域では遅延中性子を1組とすると2群拡散方程式は

$$\left. \begin{aligned} [M(r) - R(r)] \cdot \phi_d(r, t) + \lambda H(r, t) + \delta_g(r - r_0) &= [V]^{-1} \frac{\partial \phi_d(r, t)}{\partial t} \\ [R(r)] \cdot \phi_d(r, t) - \lambda H(r, t) &= \frac{\partial H(r, t)}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.8)$$

ただし

$$H(r, t) = \begin{bmatrix} C(r, t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1.9)$$

$C(r, t)$  ; 遅延中性子先行核密度

$\lambda$  ; 遅延中性子先行核平均崩壊定数

となる。

(2.1.8) 式を  $t$  に関してラプラス変換すると

$$[M(r) - M_t(r, s)] \phi_d(r, s) + \delta_g(r - r_0) = 0 \quad (2.1.10)$$

ここに

$$[M_t(r, s)] = \frac{s}{s + \lambda} [R(r)] + s[V]^{-1} \quad (2.1.11)$$

遅延中性子の効いてくる周波数は、およそ  $\omega \cong \lambda = 0.1 \text{ (rad/sec)}$  ぐらいなのでこの周波数領域では (2.1.11) の右辺第2項は第1項に比して無視出来る。

これは物理的には、即発中性子による応答は時間的遅れなしに起るとする

(prompt jump) 近似である。

すると、

$$[M_t(r, s)] = \frac{s}{s + \lambda} [R(r)] \quad (2.1.12)$$

となり 第1部が4章で述べた方法を使つて

$$g(s) = \frac{s}{s + \lambda} \quad (2.1.13)$$

の級数に展開し それを解析接続することによつて遅延中性子を含めたときの中性子源伝達関数の近似解  $\Phi_{dN}(r, s)$  をうる。



ただし上の議論では  $[M(\mathbf{r})]$  の最低固有値  $-\varepsilon_1 < 0$  としている。(註1)

遅発中性子と即発中性子の両方の効果が現われる周波数領域では、即発中性子による効果を規格化したもの

$$\tilde{\Phi}_{PN}(\mathbf{r}, s) = \Phi_{PN}(\mathbf{r}, s) / \Phi_{PN}(\mathbf{r}, 0) \quad (2.1.14)$$

を用いて

$$\Phi_N(\mathbf{r}, s) = \Phi_{dN}(\mathbf{r}, s) \cdot \tilde{\Phi}_{PN}(\mathbf{r}, s) \quad (2.1.15)$$

とすると 両者の効果を内挿した近似がえられる。(註2) これは直観的には次の様である。

まず、抽象的な書き方(9頁の脚註参照)をしたときのそれぞれの解は

$$\Phi_{PN}(\mathbf{r}, s) \cong \phi_p(\mathbf{r}, s) = [M(\mathbf{r}) - R(\mathbf{r}) - sV^{-1}]^{-1} \delta_g(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (2.1.16)$$

$$\Phi_{dN}(\mathbf{r}, s) \cong \phi_d(\mathbf{r}, s) = [M(\mathbf{r}) - \frac{s}{s+\lambda} R(\mathbf{r})]^{-1} \delta_g(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (2.1.17)$$

一方遅発中性子と即発中性子の両方を考慮した解は

(註1)

もし臨界状態にあるとき すなわち  $\varepsilon_1 = 0$  のときはオ1部カ4章の方法で基本モード  $\phi_i(\mathbf{r})$  と、それに直交する成分のみを計算する必要がある。

(註2)

(2.1.14)式, (2.1.15)式の右辺の計算 乗算はベクトル  $\Phi_{PN}(\mathbf{r}, s)$ ,  $\Phi_{PN}(\mathbf{r}, 0)$ ,  $\Phi_{dN}(\mathbf{r}, s)$ ,  $\tilde{\Phi}_{PN}(\mathbf{r}, s)$  の対応する各成分 (すなわち各エネルギー組の中性子束 (スカラー量)) の間で行い、えられた結果を成分とするベクトルを (2.1.14) 式 (2.1.15) 式の右辺のベクトルとする。

$$\phi(r, s) = \left[ M(r) - \frac{s}{s + \lambda} R(r) - sV^{-1} \right]^{-1} \delta_g(r - r_0) \quad (2.1.18)$$

である。

低周波域  $s \rightarrow 0$  では (2.1.14) 式から考えて  $\tilde{\Phi}_{PN} \cong 1$  だから

$$\Phi_N(r, s) \cong \Phi_{dN}(r, s) \cong \phi_d(r, s) \quad (2.1.19)$$

高周波域  $s \rightarrow \infty$  では (2.1.17) 式は

$$\begin{aligned} \Phi_{dN}(r, s) &\cong [M(r) - R(r)]^{-1} \delta_g(r - r_0) \\ &\cong \Phi_{PN}(r, 0) \end{aligned} \quad (2.1.20)$$

だから

$$\Phi_N(r, s) \cong \Phi_{PN}(r, s) \cong \phi_p(r, s) \quad (2.1.21)$$

となり、近似式 (2.1.15) は低周波または高周波領域では正しい結果を与え、中間の領域では両者の内挿したものとなっていると思われる。

## 1. 2. 空間依存性の定性的な議論

通常の臨界の原子炉の伝達関数は、遅発中性子に起因する低周波領域  $\omega < \alpha$  での応答にはほとんど空間依存性を示さず、即発中性子に起因する高周波領域  $\omega > \alpha$  ではじめて空間依存性が現われる。<sup>(26)</sup> ただし  $\alpha$  は即発中性子崩壊定数である。

まず 低周波領域で現われる遅発中性子の効果は (2.1.17) 式

$\phi_d(r, s)$  で記述出来る。

$s \rightarrow 0$  の極限を考えると、

$$\phi_d(r, 0) = [M(r)]^{-1} \delta_g(r-r_0) \quad (2.1.22)$$

となり、 $[M(r)]$  の最低固有値  $\varepsilon_1 = 0$  であるので (2.1.17) 式は  $[M(r)]$  の最低固有函数  $\phi_1(r)$  の形で発散することになる。  $S \rightarrow \infty$  の極限では

$$\phi_d(r, \infty) = [M(r) - R(r)]^{-1} \delta_g(r-r_0) \quad (2.1.23)$$

の解は遷移中性子の奇点を無視した体系の定常解であり、実際の炉では源のごく近傍を除いてほとんど  $\phi_1(r)$  の形をしている。(註1)  $0 < S < \infty$  に対して  $\frac{S}{S+\lambda}$  は  $S$  の単調増大から両極限の中間の形をしているので結局あらゆる  $S$  の値に対し (2.1.17) 式は  $S$  の値にかかわらず、ほぼ  $\phi_1(r)$  の形の解をもつことになる。つまり空間  $r$  に対する依存性は  $\phi_1(r)$  であるが、この依存性は  $S$  が変ることによつてはほとんど変化しない。だから遷移中性子に起因する動特性は実際の炉では源のごく近くを除いてほとんど空間依存性を示さず、よく知られた一点近似動特性で充分近似出来る。一方即発中性子に起因する高周波領域の動特性は (2.1.16) 式の  $\phi_p(r, S)$  で記述出来る。これは  $S \rightarrow 0$  では

$$\phi_p(r, 0) = \phi_d(r, \infty) \cong \phi_1(r) \quad (2.1.24)$$

であるが  $S \rightarrow \infty$  では  $[M(r) - R(r) - S\bar{V}]$  は大きく変化する。つまり空間  $r$  に対する依存性は  $S$  の値によつて変り、一点近似動特性から大きくはずれてくる。この変化のはじまる領域は

$$[VM_p(r)] \phi_{pn}(r) + \mu_n \phi_{pn}(r) = 0 \quad (2.1.25)$$

の最低固有値  $\mu_1 = \alpha$  によつてきまる領域  $\omega > \mu_1$  (rad/sec) である。これは第1部第1章のべた固有函数展開法により、(2.1.16) の解を求めれば

(註1)

第4章の数値例(図2.4.2)を参照すること。

$$\phi_p(r, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{pn}^*(r_0)}{s + \mu_n} \phi_{pn}(r) \quad (2.1.26)$$

となることから云える。

炉が未臨界のときはさらに上述の傾向が強まる。つまり  $M(r)$  に対する摂動  $R(r)$  の効果は臨界のときより小さく、低周波領域では、ほとんど

$$\begin{aligned} [M(r)]^{-1} \delta_g(r-r_0) &\propto [M(r) - \frac{s}{s+\lambda} R(r)]^{-1} \delta_g(r-r_0) \\ &\propto [M(r) - R(r)]^{-1} \delta_g(r-r_0) \end{aligned} \quad (2.1.27)$$

と出来る。

高周波領域での振舞は臨界の場合と類似である。

## 第2章 過渡状態に対する応用

### 2.1 線型系の場合

前述の方法で求められた伝達関数は  $S = j\omega$  とおくと、周波数応答を表わすので、これを用いて 皮調中性子源法による中性子束波<sup>伝</sup>動実験や、線型化が行える範囲内の小さい入力のパイルオッシレーター実験の測定結果が説明出来る。

また、過渡状態に対しても、ラプラス逆変換すれば、実時間領域でのパルス応答を与えるから、通常のパルス中性子実験や、パルス伝播実験の結果とつき合ふことが出来る。

制御棒落下実験などに対しても、若干の変更を加えて適用出来る。

臨界状態にある炉に  $\rho = 0$  で ステップ状に吸収物質が挿入されたときは、

$[M_0(t)]$ ; 挿入前の炉の作用素

$[K(t)]$ ; 吸収物質の作用素

$[M_L(t)] = [M_0(t)] - [K(t)]$ ; 挿入後の炉の作用素

$\phi^0(t)$ ; 挿入前の臨界中性子束

とすると、遅発中性子の寄与がないとした近似では

$$[M_L(t) - R(t) - S V^{-1}] \phi(t, s) + [V]^{-1} \phi^0(t) = 0 \quad (2.2.1)$$

遅発中性子が効いてくると、

$$[M_L(t) - \frac{S}{S+\lambda} R(t) - S V^{-1}] \phi(t, s) + [V]^{-1} \phi^0(t) = 0 \quad (2.2.2)$$

これらの方程式の近似解は、前述の方法で求める。

吸収物質の挿入される速さが問題となるときは吸収物質の作用素を時間依存とし  $[K(t, s)]$  の形で表わせばよい。また炉の作用素が出力  $\phi(t, s)$  に依存するときは方程式は非線型となり、適当な線型化を行える場合（次節で述べる）を除いて第1節で述べた方法は使えない。

吸収物質が引抜かれる場合も挿入の場合と同様の取扱いが出来る。すなわち、出力からの熱的フィードバックのために体系が変化する場合などのように体系の作用素が出力依存となり方程式が非線型となる場合を除いて、

上の (2.2.1) または、(2.2.2) 式と同じ式で表わせる。ただし、時定数<sup>(註1)</sup>の符号が逆になる。このときの解はノ極展開では、

$$\Phi_1(1/s) = \frac{K'_1(1/s)}{1 - s\tau'_1(1/s)} \quad (2.2.3)$$

の形となり、 $\tau'_1(1/s)$  は空欄極存の炉周期に当る。出力脱走のときに、反応度が投入された場所を中心として出力分布が尖ってくる効果 (fluctuating) の目安として  $\Phi_1(1/s)$  が使えるだろう。さらに2極展開

$$\Phi_2(1/s) = \frac{K'_1(1/s)}{1 - s\tau'_1(1/s)} + \frac{K'_2(1/s)}{1 + s\tau'_2(1/s)} \quad (2.2.4)$$

の形にすると  $\tau'_1(1/s)$  はほとんど一定で基本モードの炉周期にほぼ等しくなるものと思われるので、第2項が出力分布の尖りを与える筈である。

## 2.2 非線型系の線型化

前にものべたように、吸収物質などが挿入され、引抜かれたりしたとき出力の变化に応じて体系が変形したり、組成が変わったりして体系の作用素  $[M(1/s)]$  が出力依存になるときは方程式は非線型となり前述の少数極展開法はすべて破綻する。しかし、この体系の变化が微かな場合は線型化を行うことが出来、前述の理論が適用出来る。一例として、出力分布を熱源とする熱伝導の方程式によって温度  $T(1/s, t)$  がきまり、この温度の関数としてフィードバック  $M_F(1/s, t)$  が起る場合を考える。簡単のためすべてスカラー量として基礎<sup>程</sup>方程式を立てる。

$$\left. \begin{aligned} [M(1/s) + M_F(1/s, t)] \phi(1/s, t) + \delta(1/s - 1/s_0) \delta(t) &= \frac{\partial \phi(1/s, t)}{\partial t} \\ M_F(1/s, t) &= F(1/s) T(1/s, t) \\ [M_T(1/s)] T(1/s, t) + q \phi(1/s, t) &= \frac{\partial T(1/s, t)}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.5)$$

$t \leq -0$  では定常状態にあったとすると、

$$\left. \begin{aligned} [M(1/s) + M_F(1/s, -0)] \phi(1/s, -0) &= 0 \\ M_F(1/s, -0) &= F(1/s) T(1/s, -0) \\ [M_T(1/s)] T(1/s, -0) + q \phi(1/s, -0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.6)$$

この定常状態からの変動分をそれぞれ

(註1) この時体系は臨界型重であるが、高次モードのどれかに例してちょうど臨界に達していない限り (すなわち  $\beta < 0$ ) 定常状態の解は存在し、ノイマン級数が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \delta \phi(r, t) &= \phi(r, t) - \phi(r, -0) \\ \delta T(r, t) &= T(r, t) - T(r, -0) \\ \delta M_F(r, t) &= M_F(r, t) - M_F(r, -0) \end{aligned} \right\} \quad (2.2.7)$$

とすると近似

$$\delta M_F(r, t) \quad \delta \phi(r, t) \cong 0 \quad (2.2.8)$$

が許されるならば線型化を行って

$$\begin{bmatrix} M(r) + M_F(r, -0) & F(r)\phi(r, -0) \\ \rho & M_T(r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \phi(r, t) \\ \delta T(r, t) \end{bmatrix} + \delta(t) \begin{bmatrix} \delta(r - r_0) \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \delta \phi(r, t) \\ \delta T(r, t) \end{bmatrix} \quad (2.2.9)$$

なる線型方程式をうる。これに対しては第1節でのべた方法がそのまま使える。

### 第3章 一群拡散近似物質平板炉についての数値例

前章でものべたが、伝達関数に空間依存性が現われるのは、いわゆる折れ点周波数  $\omega$  ( $\text{rad/sec}$ ) よりも上の周波数領域であり、そこでは遅延中性子の寄与のない1群未臨界の体系として扱える。(  $\omega$  は 遅延中性子崩壊定数で臨界炉では  $\beta/\ell$  である。ただし  $\ell$  は炉全体の遅延中性子平均寿命である。) 空間依存性がよく現われる簡単な例として、均質、裸未臨界平板炉の体系をとり、1群拡散近似で前章の理論を適用して 中性子流伝達関数の数値計算を行った。(註1) 体系の形状を図 2.3.1 に示す。

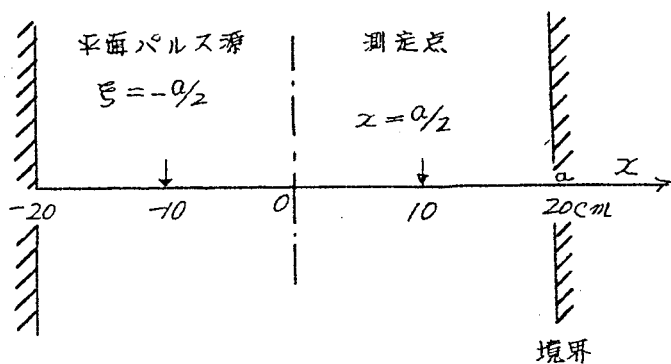


図 2.3.1 平板炉の形状

源は  $\xi = -a/2$  点にある平面パルス源である。中性子束は  $x = a/2$  点で測定するものとする。平板の厚みは  $2a$  である。

基礎となる ラプラス変換された、1次元、1群拡散方程式は、遅延中性子を除いて

$$D \frac{d^2}{dx^2} \phi(x, s) + DB^2 \phi(x, s) + \delta(x - \xi) = 0 \quad (2.3.1)$$

ここに

$$B^2 = B_m^2 - \frac{s}{\beta D}, \quad B_m^2 = \frac{\nu \Sigma_f (1 - \beta) - \Sigma_a}{D} - B_T^2 \quad (2.3.2)$$

(註1) 数値計算には KDC-1 電子計算機を使用した。



$B_T^2$  は  $x$  軸と直角をなす方向への寫曲であり、この方向への中性子束の分布は定常で基本モードの形であるとする、

(2.3.1) 式の厳密解は グリーン 関数

$$\phi_G(x, s; \xi) = \begin{cases} \frac{\sin B(a-x) \sin B(a+\xi)}{DB \sin 2aB}, & x \geq \xi, \quad (2.3.3) \\ \frac{\sin B(a+x) \sin B(a-\xi)}{DB \sin 2aB}, & x \leq \xi, \quad (2.3.4) \end{cases}$$

である。

固有関数展開法による解は

$$\phi_G(x, s; \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{SC(nB_g\xi) \cdot SC(nB_gx)}{a \{ D(n^2B_g^2 - B_m^2) + \frac{s}{2} \}} \quad (2.3.5)$$

ただし  $B_g = \pi/2a$

$$SC = \begin{cases} \cos & n: \text{奇数} \\ \sin & n: \text{偶数} \end{cases}$$

第1章 (2.1.7) 式をくり返しとくと、

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(x) &= \phi_G(x, \xi) \equiv \phi_G(x, s; \xi) \Big|_{s=0} \\ \psi_2(x) &= -\frac{1}{2} \int_a^a \phi_G(x, \xi') \psi_1(\xi') d\xi' \\ &\vdots \\ \psi_n(x) &= -\frac{1}{2} \int_a^a \phi_G(x, \xi') \psi_{n-1}(\xi') d\xi' \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (2.3.6)$$

をうる。

使用した各定数は、

$$\begin{aligned}
 D &= 0.2547 \text{ cm} & B_T^2 &= 0.005961 \text{ cm}^{-2} \\
 \Sigma a &= 0.08232 \text{ cm}^{-1} & \omega &= 2.2 \times 10^5 \text{ cm sec}^{-1} \\
 \nu \Sigma f &= 0.08465 \text{ cm}^{-1} & \beta &= 0.0075 \\
 a &= 20 \text{ cm} \quad (\text{臨界になるのは } a = 25.9 \text{ cm})
 \end{aligned}$$

である。

$\xi = -10 \text{ cm}$ ,  $x = 10 \text{ cm}$  のときの  $\psi_n(x)$  ( $n = 1, \dots, 6$ ) は,

$$\psi_1 = 13.275$$

$$\psi_2 = -6.5123 \times 10^{-2}$$

$$\psi_3 = 2.4980 \times 10^{-4}$$

$$\psi_4 = -9.0923 \times 10^{-7}$$

$$\psi_5 = 3.2764 \times 10^{-9}$$

$$\psi_6 = -1.1770 \times 10^{-11}$$

である。これより求められた 少数極展開のパラメータを表 2.3.1 に示す。

表 2.3.1 各展開のパラメータ

	$\tau$	$K$	$\tau' (= \tau^{-1})$	$K' (= K\tau^{-1})$
F1 <sup>a</sup>	203.84	2706.04	0.0049056	13.2749
F2	279.46	5584.29	0.0035783	19.9826
	1050.96	-7049.50	0.00095151	-6.70767
F3	278.55	5498.5	0.0035900	19.7396
	1378.5	-13785.0	0.00072543	-10.0000
	2341.0	8276.0	0.00042717	3.5352
M1 <sup>b</sup>	278.68	5500	0.0035884	19.736
M2	1315.6	-11000	0.00076010	-8.3611
M3	2043.2	5500	0.00032853	1.8069
M4	5463.4	0	0.00018303	0.
M5	8574.2	5360	0.00011662	0.24146
M6	12376.3	-11000	0.000080799	-0.88879
M7	16869.7	5500	0.000059277	0.32603

2). F1, F2, F3 はそれぞれ, 1 極, 2 極, 3 極展開のパラメータを示す。

b).  $M_1$ ,  $M_2$ , ...,  $M_7$  はそれぞれ固有関数展開のパラメータで 基本モード, 第2次モード, ..., 第7次モードのパラメータを示す。

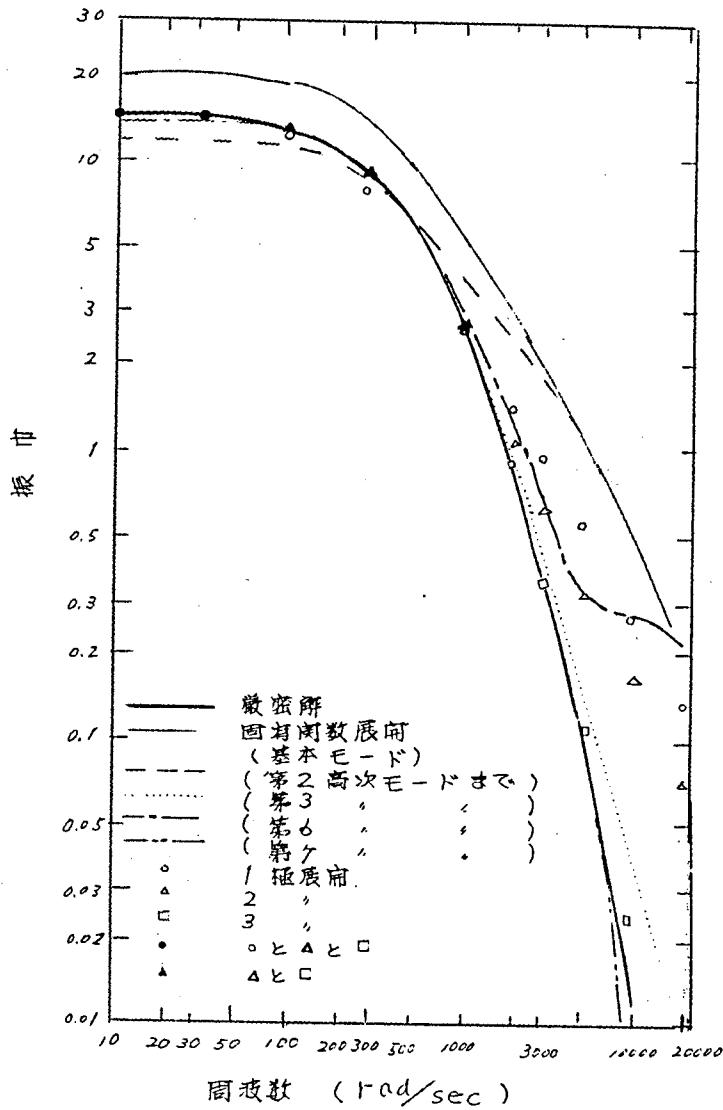
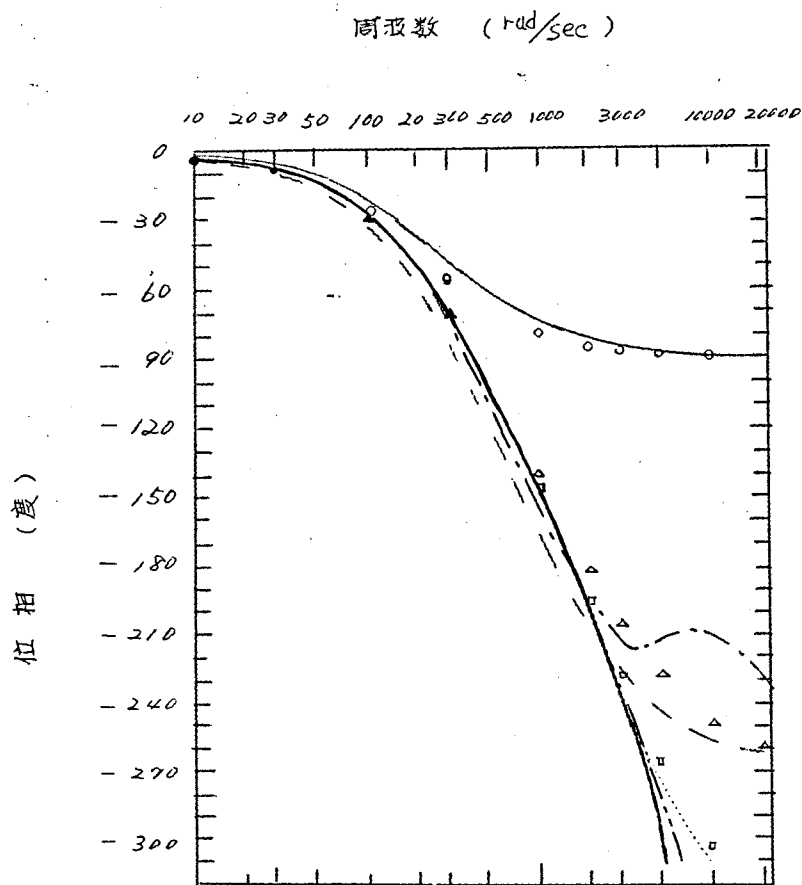


図 2.3.2 中性子源伝達関数の振幅

漸近解 (2.3.3) (2.3.4) 式, 固有関数展開 (2.3.5) 式および少数モード展開によって求めた中性子源伝達関数のボード線図を図 2.3.2, 図 2.3.3 に示す。

図 2.3.3 中性子源伝達関数の位相



天 石

- 解 密 有 限 展 開 (基本モード)
- (第2高女モードまで)
- (第3 " " )
- (第6 " " )
- (第7 " " )
- / 極展開
- 2 "
- 3 "
- と △ と □
- △ と □

この図を見れば わかるように この少数極展開法は、広範囲の周波数領域で速い収束をしていることがわかる。固有関数展開は必ずしも、収束がよくない。とくに第5次モード、第6次モードまでとったときは、高周波領域で大きくはずれる。これは ある任意の点での固有関数展開は、厳密解に単調に収束するという保証は何もないのだから、別に意外な結果ではない。(註1)

図2.3.4 に 1極、2極、3極展開および固有関数展開のときの極の配置を示した。

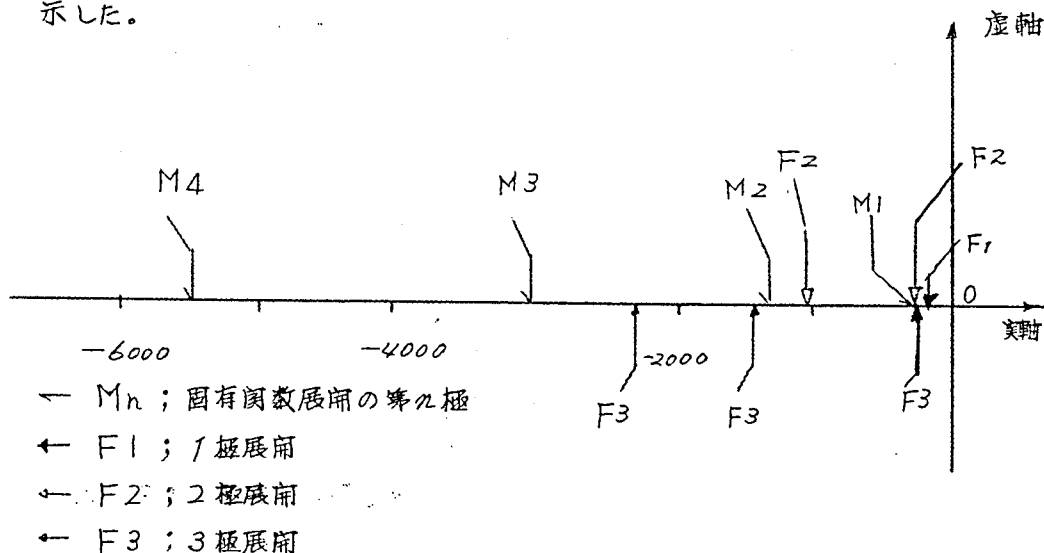


図2.3.4 実軸上の極の配置

1極近似では一つの極  $F1$  が無限の固有値からきまる極  $M1, M2, \dots$  を代表している。2極近似では第一の極  $F2$  が最低固有値できまる  $M1$  の極とほとんど同位置にあり、もう一つの極  $F2$  が 残りの  $M2, M3, \dots$  を代表している。このように 少数の極が 多くの極 (固有値) の効果を代表しているので収束が速いのであろう。

(註1) 一次遅れの和で分布定数系の応答を近似するときに、近似がうまくいかない高周波領域でこのような山や谷が現われたりするのはよく経験されるところである。

図2.3.5は1極展開での時定数  $\tau'_1(z)$ 、利得  $K'_1(z)$  の空間依存性を示している。

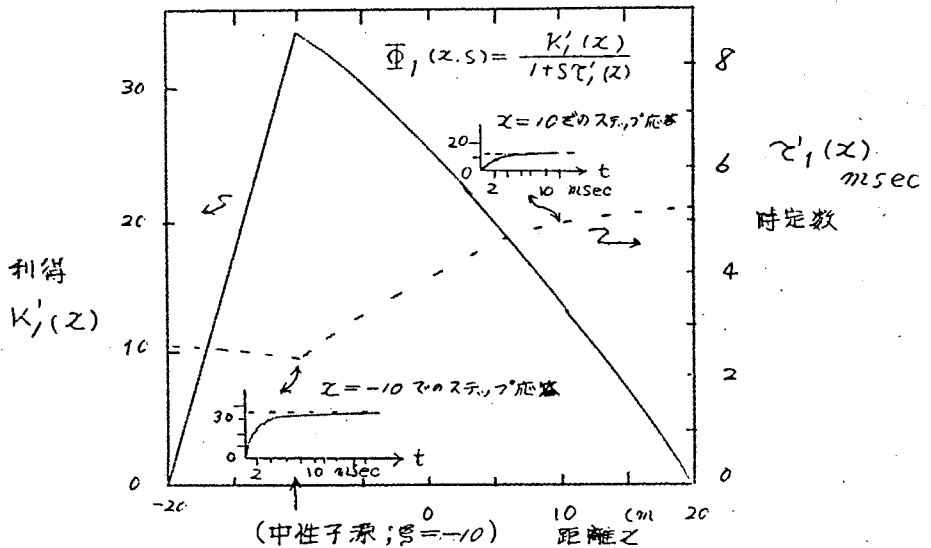


図 2.3.5 1 極展開のパラメータの空間依存性

$$\phi(z, s) \cong \bar{\phi}_1(z, s) = \frac{K'_1(z)}{s\tau'_1(z) + 1} \quad (2.3.7)$$

時定数  $\tau'_1(z)$  は 源  $z = \infty$  で最小となり、源からはなれるにつれて大きくなる。利得  $K'_1(z)$  は源  $z = \infty$  で最大となり 源からはなれるにつれて小さくなる。だから一極近似が妥当と思われる範囲内で、体系の即発中性子による時間応答は、源から遠ざかるにつれて、時間遅れと、振巾の減衰をうけると言える。

## 第4章 黒鉛減速、反射体つき球形炉についての数値例

実際の炉に近い体系の例として、日本原子力研究所の 半均質 黒鉛減速器箱ウラン臨界集合体“SHE”を、球形炉心燃料配置 (SHE-I fuel loading) にしたときの 空間依存伝達関数について数値計算を行った。第5節においてのべるパイルオッシレーター実験との比較のため、パイルオッシレーターの領域におかれたい様な分布の熱中性子源から 中性子束への空間依存伝達関数を 2群拡散近似として求める。

実験のときの炉心配置は第5節第1章に示してある。ここでは、これを1次元球近似とし表2.4.1のような形状組成に近似した。

表 2.4.1 SHE-Iの 形状組成

領 域		領 域 I パイル オッシレータ	領 域 II 炉 心	領 域 III 反 射 体		
半 径 <i>cm</i>		0   ~   5.0	5.0 ~ <i>Rc</i>	<i>Rc</i> ~ 140.5		
組 成  ( $\frac{10^{24} \text{ atom}}{\text{cm}^3}$ )	減速物質	H : 0.0247 C : 0.01235  (ポリエチレン)	H : 0.0001032 N : 0.0000088 O : 0.0001953 C : 0.07719 (空気, 水, 黒鉛)	H : 0.0001032 N : 0.0000088 O : 0.00005161 C : 0.07723 (空気, 水, 黒鉛)		
	吸収物質 燃料物質	Cd : 0.000644 Cu : 0.000341  (ガドミウム, ジェラルミン)	$U^{238}$ : 0.00005723 $U^{235}$ : 0.00001435 Fe : 0.00008266 Cr : 0.00008155 (ウラン, 鋼)	Fe : 0.000006735 Cr : 0.000006645  (鋼)		
MEID-PI DICS, SUN コード	領 域	領 域 1	領 域 2	領 域 3	領 域 4	領 域 5
	半径 <i>cm</i>	0 ~ 4.2	4.2 ~ 5.0	5.0 ~ 9.0	9.0 ~ <i>Rc</i>	<i>Rc</i> ~ 140.5

原子力研究所の一次元  $P_1$  近似臨界計算コード “MEID-P1” により、球体系 エネルギー 34 群 (熱外 33 群、熱 1 群) の  $P_1$  近似臨界計算を行い、臨界半径  $R_c = 54.765 \text{ cm}$  をえた。同時にえられた臨界中性子束分析 ( $P_0$  成分) を重みとして 熱外 33 群の定数を平均し、熱中性子 1 群の定数と合わせて 2 群 5 領域の粗定数を作った。これを表 2.4.2 に示す。

表 2.4.2 SHE - I の 2 群定数

領 域		パイロ オシレータ		炉 心		反 射 体
		1	2	3	4	5
半径 cm		0 ~ 4.2	4.2 ~ 5.0	5.0 ~ 9.0	9.0 ~ $R_c$	$R_c$ ~ 140.5
熱外中性子	$D_e \text{ cm}$	2.4578	2.5429	1.1483	1.1972	1.1460
	$\Sigma_{ae} \text{ cm}^{-1}$	0	0	0.00044344	0.00040210	0
	$\nu \Sigma_{fe} \text{ cm}^{-1}$	0	0	0.00030841	0.00029961	0
	$\Sigma_s \text{ cm}^{-1}$	0.021133	0.02675	0.0027790	0.0023909	0.0044138
熱中性子	$D_t \text{ cm}$	0.12660	0.12660	0.92744	0.92744	0.94557
	$\Sigma_{at} \text{ cm}^{-1}$	2.2612	2.2612	0.0073930	0.0073930	0.00032461
	$\nu \Sigma_{ft} \text{ cm}^{-1}$	0	0	0.013809	0.013809	0

(註 1)

この 2 群定数を用いて KDC-1 用少数群拡散コード “DICS” を使って臨界計算を行い  $R_c = 50.892 \text{ cm}$  をえた。図 2.4.1 に臨界中性子束分析を示す。

空間依存性が現われる高周波領域では遅発中性子の寄与を無視出来るから、各領域に成り立つ 2 群拡散方程式は

$$\begin{bmatrix} D_e \nabla^2 - (\Sigma_{ae} + \Sigma_s) + \nu \Sigma_{fe}(1-\beta) & \nu \Sigma_{ft}(1-\beta) \\ \Sigma_s & D_t \nabla^2 - \Sigma_{at} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_e(r, s) \\ \phi_t(r, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta(r) \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \frac{1}{v_e} \phi_e(r, s) \\ \frac{1}{v_t} \phi_t(r, s) \end{bmatrix} \quad (2.4.1)$$

である。

(註 1) IBM-704 用の WANDA コード (WAPD-TM-28) を KDC-1 用に改造したコードで、(28) 増倍率、臨界中性子束、遅発中性子束およびそれらの体積率を求める。最高 4 群 5 領域空間 100 メッシュまでとれる。また未臨界の外周中性子源のある体系についても極分裂線より返し計算をやって定常中性子束および 11 の極数を求める。



ただし

$$\Delta(r) = \begin{cases} 1; & r \in \text{パイルオッシーター領域} \\ 0; & r \in \text{炉心, 反射体} \end{cases} \quad \begin{cases} e; & \text{熱外中性子群} \\ t; & \text{熱中性子群} \end{cases}$$

$$\text{境界条件} \begin{cases} r = 140.5 \text{ で } \phi_e = \phi_t = 0, & r = 0 \text{ で } \frac{\partial}{\partial r} \phi_e = \frac{\partial}{\partial r} \phi_t = 0 \\ \text{各領域間の境界で } \phi_e, \phi_t, D_e \nabla \phi_e, D_t \nabla \phi_t \text{ が連続} \end{cases}$$

$$v_e = 6.285 \times 10^7 \text{ cm/sec (Lサジーに属して群の中点)}$$

$$v_t = 2.2 \times 10^5 \text{ cm/sec}$$

$$\beta = 0.0067 (29)$$

と送んだ。 $v_e$  は一応 Lサジーに属し群の中点にしているが 実際の計算の段階では  $1/v_t \gg 1/v_e \cong 0$  となり  $1/v_e = 0$  としておいても大差ない。

(2.4.1) 式のノイマン級数の係数  $\begin{bmatrix} \psi_{ne}(r) \\ \psi_{nt}(r) \end{bmatrix}$  は (2.1.7) 式をといて求める。

$\psi_{je}(r) \sim \psi_{je}(r)$  の計算は KDC-1 用少数群未臨界拡散コード “SUN”<sup>(註1)</sup> を使用した。その手順はまず パイルオッシーター領域に大きさ 1 の外部熱中性子源を入れて 定常中性子束分布  $\begin{bmatrix} \psi_{1e}(r) \\ \psi_{1t}(r) \end{bmatrix}$  を求める。

$$\text{次いで } \begin{bmatrix} -\frac{1}{v_e} \psi_{1e}(r) \\ -\frac{1}{v_t} \psi_{1t}(r) \end{bmatrix} \text{ を外部中性子源として定常中性子束分布 } \begin{bmatrix} \psi_{2e}(r) \\ \psi_{2t}(r) \end{bmatrix}$$

を求める。

$$\text{これをくり返して } \begin{bmatrix} -\frac{1}{v_e} \psi_{ne}(r) \\ -\frac{1}{v_t} \psi_{nt}(r) \end{bmatrix} \text{ を外部中性子源として定常中性子束分布 } \begin{bmatrix} \psi_{n+1,e}(r) \\ \psi_{n+1,t}(r) \end{bmatrix} \text{ が求められる。}$$

図 2.4.2 に  $\psi_{1e}(r), \psi_{1t}(r)$  の分布を示す。臨界中性子束分布に似た形をしているが、熱中性子束  $\psi_{1t}(r)$  がパイルオッシーター領域で大きくなっている。

(註1) IBM-704 用 WANDA Code と同じやり方で、微分作用素を差分的作用素におきかえ、外部中性子源を非斉次項とする連立一次方程式に変換し、これを連立一次方程式をとり KDC-1 ライブラリー・サブルーチン NDK<sup>(30)</sup> を使用して定常中性子束分布を求めるコードである。最高 4 群、5 領域、各群の空間メッシュの総和は 40 メッシュまでとれる。また ノイマン級数も求める。

るのは 3次元のラプラシアングリーン関数がもつ  $1/r$  の特異性が現われているためである。

$\psi_{ne}(r)$ ,  $\psi_{nt}(r)$ , ( $n \geq 2$ ) は ほとんど臨界中性子束分布である。

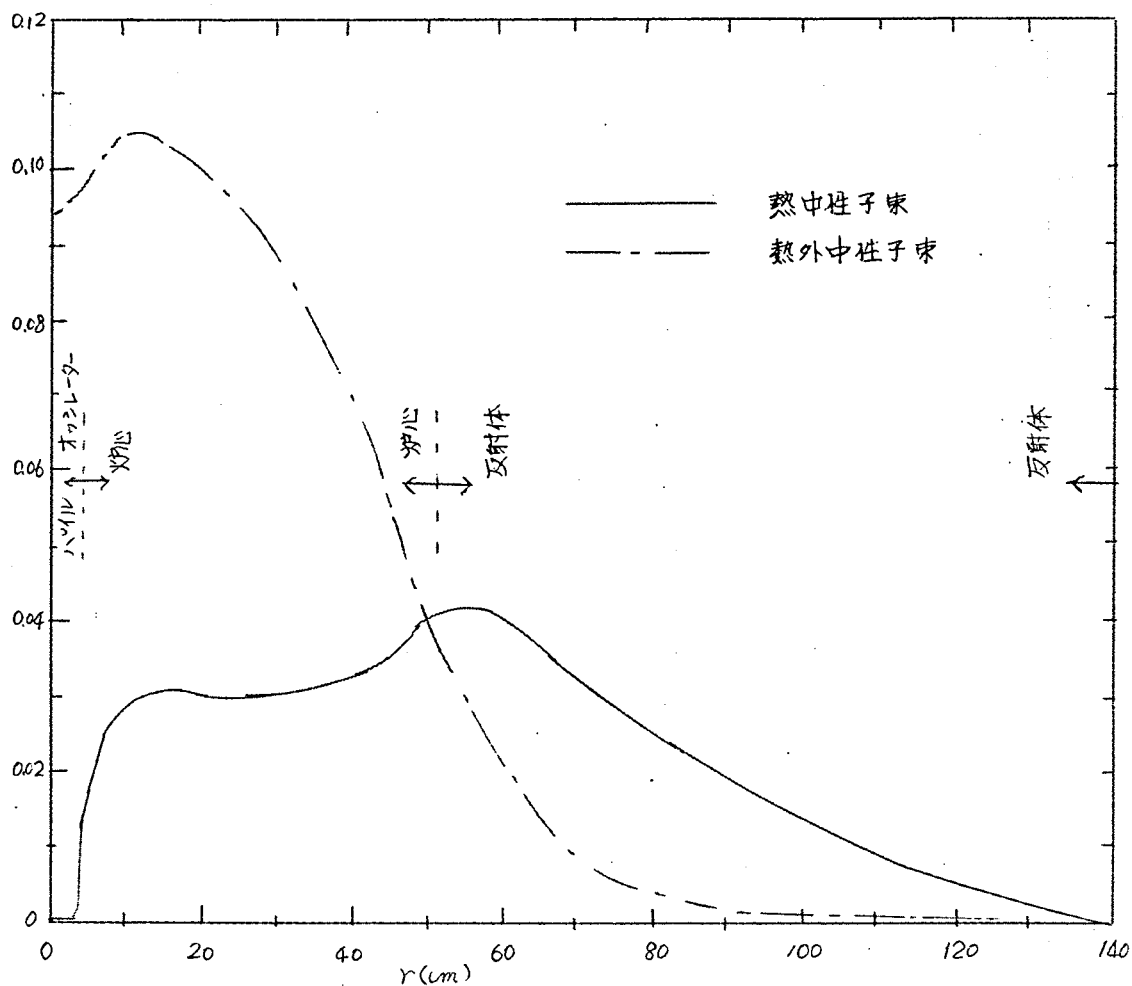
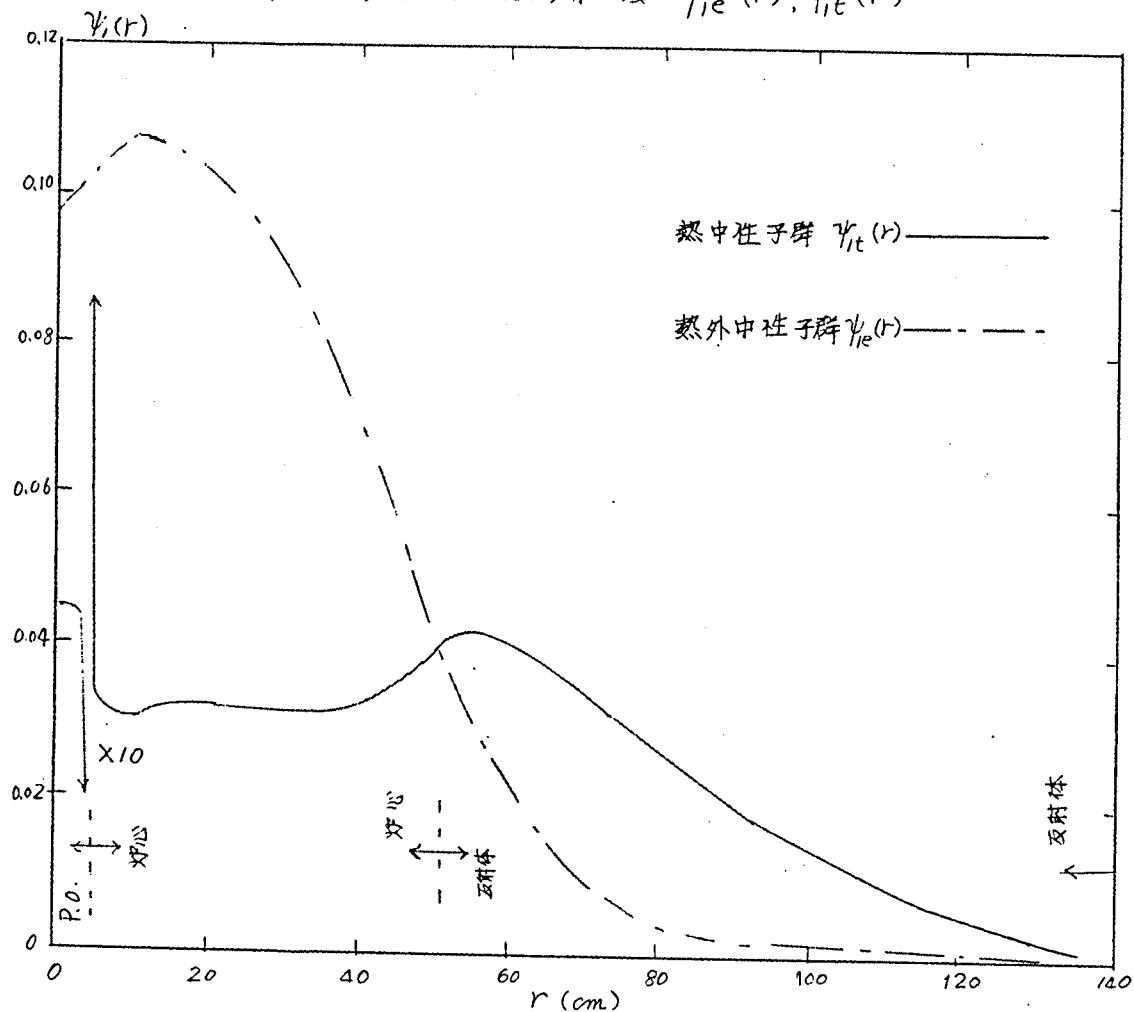


図 2.4.1 臨界中性子束分析 (“DICS” コードによる)

図2.4.2 ノイマン級数の第一項  $\psi_{ie}(r), \psi_{it}(r)$



第1章(25頁)で述べたようにノイマン級数を解析接続するとき、その各成分(すなわちスカラー量の熱中性子束  $\psi_{nt}(r)$  と 熱外中性子束  $\psi_{ne}(r)$ )について、第1部第3章の方法により行う。

各rのメッシュ点ごとの  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_6$  から、そのメッシュ点の1極展開、2極展開、3極展開を行った。(註1)

(註1) KDC-1用のコード“FPFR”で計算。これは200種類の  $\psi_1 \sim \psi_6$  に対して1, 2, 3極展開のパラメータと、あらかじめ入力した固有値についての固有値応答を計算するコードである。

まず / 極展開は熱中性子束および熱外中性子束の各々について次のようになる。

$$\Phi_i(r,s) = \frac{K_i(r)}{s + \tau_i(r)} = \frac{K'_i(r)}{s\tau'_i(r) + 1} \quad (2.4.2)$$

利得  $K'_i(r)$  は第1節で述べたように  $\psi_i(r)$  であり、図2.4.2に示した通りである。時定数  $\tau'_i(r)$  を図2.4.3に示す。

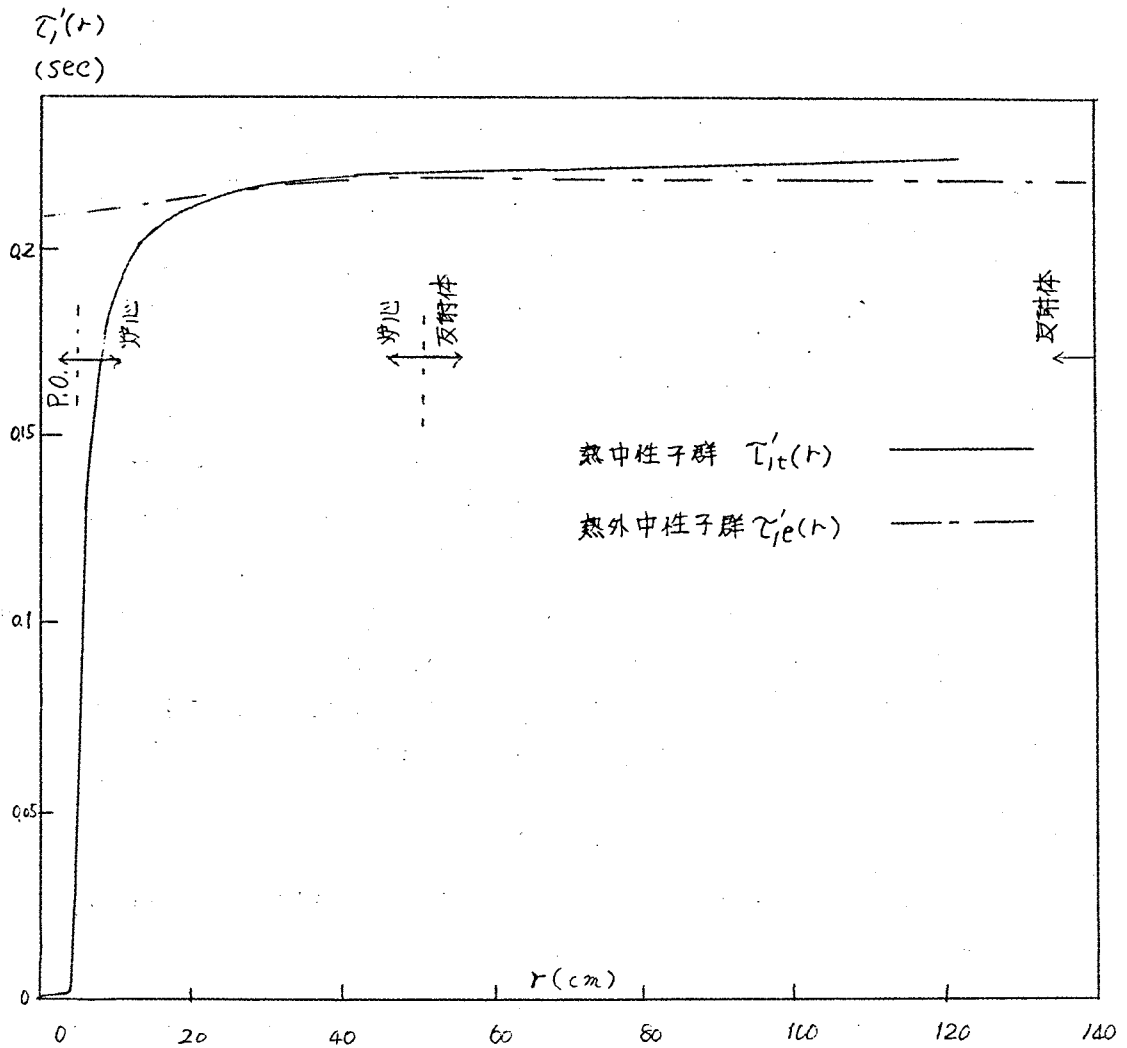


図2.4.3 1極展開の時定数  $\tau'_i(r)$

前章で示した  $\tau_1(r)$  と同じような傾向を有する。すなわち熱中性子群について考えると、源 (パイル オッシレーター 領域) からはなれると 急速に遅れが生じ、遠方へゆくにつれて遅れが増す。熱外中性子群については、同様の傾向が認められるがほとんど一定と見なしてよい。つまり 1 極近似の下では熱外中性子束の動特性には、ほとんど空間依存性が現われない。

2 極展開は熱中性子束および熱外中性子束の各々について次のようになる。

$$\Phi_2(r, s) = \frac{K_1(r)}{s + \tau_1(r)} + \frac{K_2(r)}{s + \tau_2(r)} = \frac{K_1'(r)}{s\tau_1'(r) + 1} + \frac{K_2'(r)}{s\tau_2'(r) + 1} \quad (2.4.3)$$

を計算してみると、第 1 項の  $\tau_1(r)$  にはほとんど空間依存がなく  $\tau_1(r) \cong \alpha$  ( $\alpha$ : 即発中性子前壊定数) となった。このとき 振巾  $K_1(r)$  は 炉周期  $\tau_1(r) = 1/\alpha$  の持続モード (persisting mode) すなわち

$$\begin{bmatrix} D_e \nabla^2 - (\Sigma_a e + \Sigma_s) + \nu \Sigma_{fe} (1 - \beta) + \frac{\alpha}{v_e} & \nu \Sigma_{ft} (1 - \beta) \\ \Sigma_s & D_t \nabla^2 - \Sigma_a t + \frac{\alpha}{v_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_e(r) \\ \tilde{\phi}_t(r) \end{bmatrix} = 0$$

(2.4.4)

できる 固有関数  $\tilde{\phi}_e(r)$ ,  $\tilde{\phi}_t(r)$  となっている。この持続モード 従って  $K_1(r)$  はほとんど 臨界中性子束と同じ形である。すなわち この第 1 項は臨界状態の基本モードのみを考えれば従来の一点近似動特性を表わすものと考えられる。(註 1)

第 2 項は、第 1 節の 2 極展開の節でものべたように空間依存伝達関数が、一点近似伝達関数からずれている度合を表わしていると解釈出来る。 $K_2(r)$  と  $\tau_2(r)$  を図 2.4.4 (a), (b), 図 2.4.5 (a), (b) にそれぞれ示す。熱中性子群の  $K_2(r)$  は、球形体系の中心対称な  $\nabla^2$  の第 2 高次モード

$$\frac{\sin 2B_g r}{r} \quad \text{ただし } B_g = \frac{\pi}{R}, \quad R: \text{球の半径} \quad (2.4.5)$$

の形に似ている。源近くでかなり大きくなっているのは、この他に、より高次のモード  $\frac{\sin 3B_g r}{r}$ ,  $\frac{\sin 4B_g r}{r}$ ,  $\frac{\sin 5B_g r}{r}$  ... (2.4.6)

(註 1) 厳密には両者は一致しない。

勿論 2 極展開の誤差から生ずる差の方が大きいと思われるが、一般的多領域の体系では、炉周期 などの持続モードと臨界状態の基本モードは一致しないからである。一致しないといっても実験の炉では非常によく似ている。裸の均質の体系では完全に一致する。

が扇起されているためと思われる。

図 2.4.4. (a) 熱中性子群の  $K_2(r)$

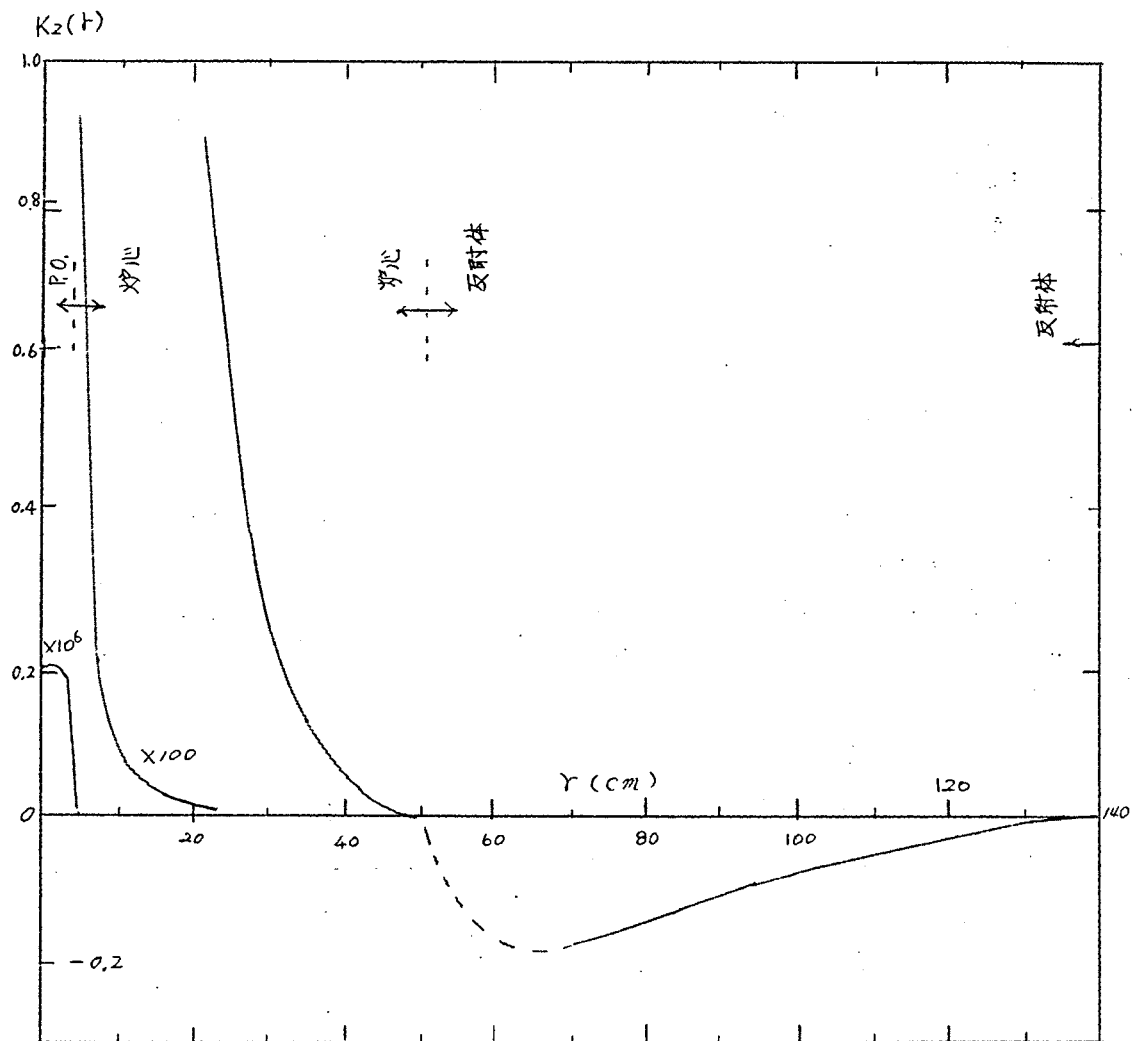


図 2.4.4 (b) 熱中性子群の  $\tau_{2,r}(r)$

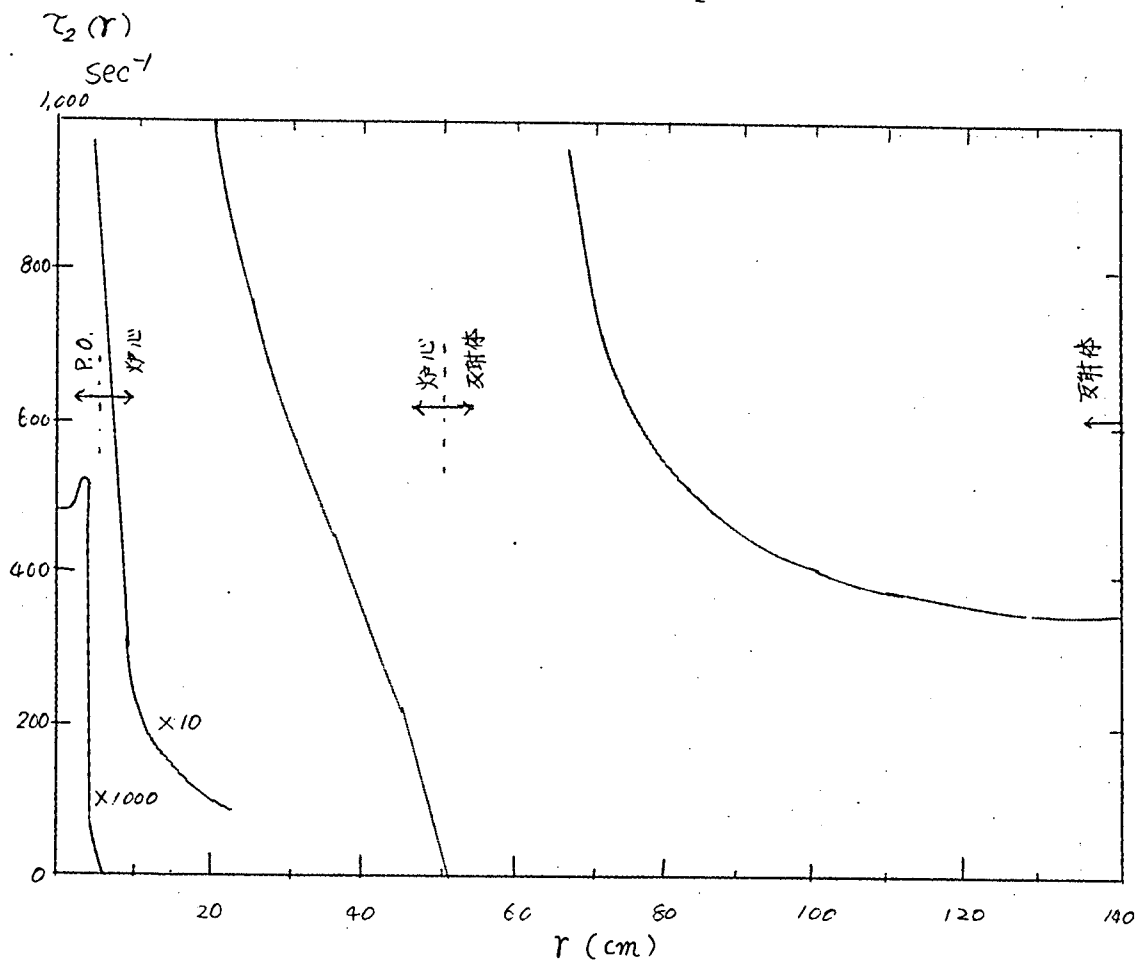
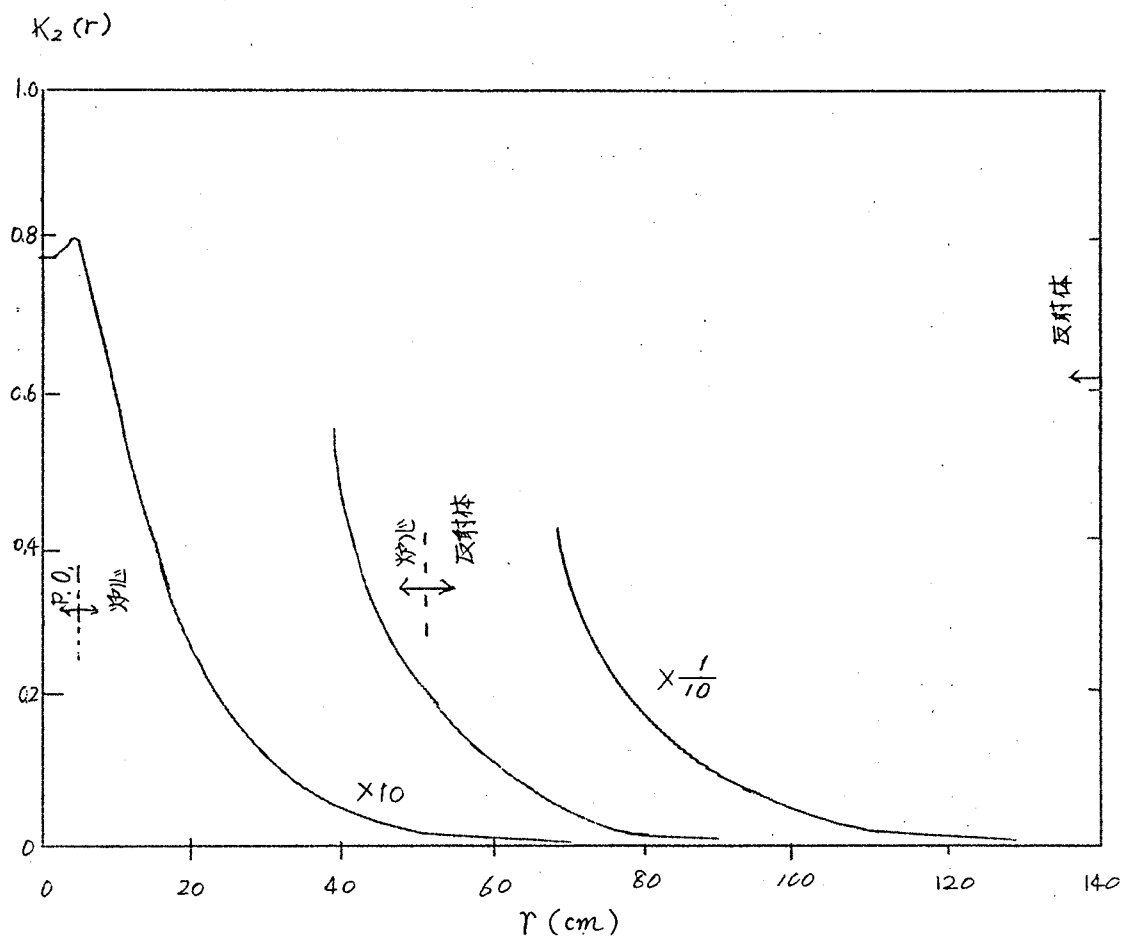


図2.4.5 (a) 熱外中性子群の $K_2(r)$





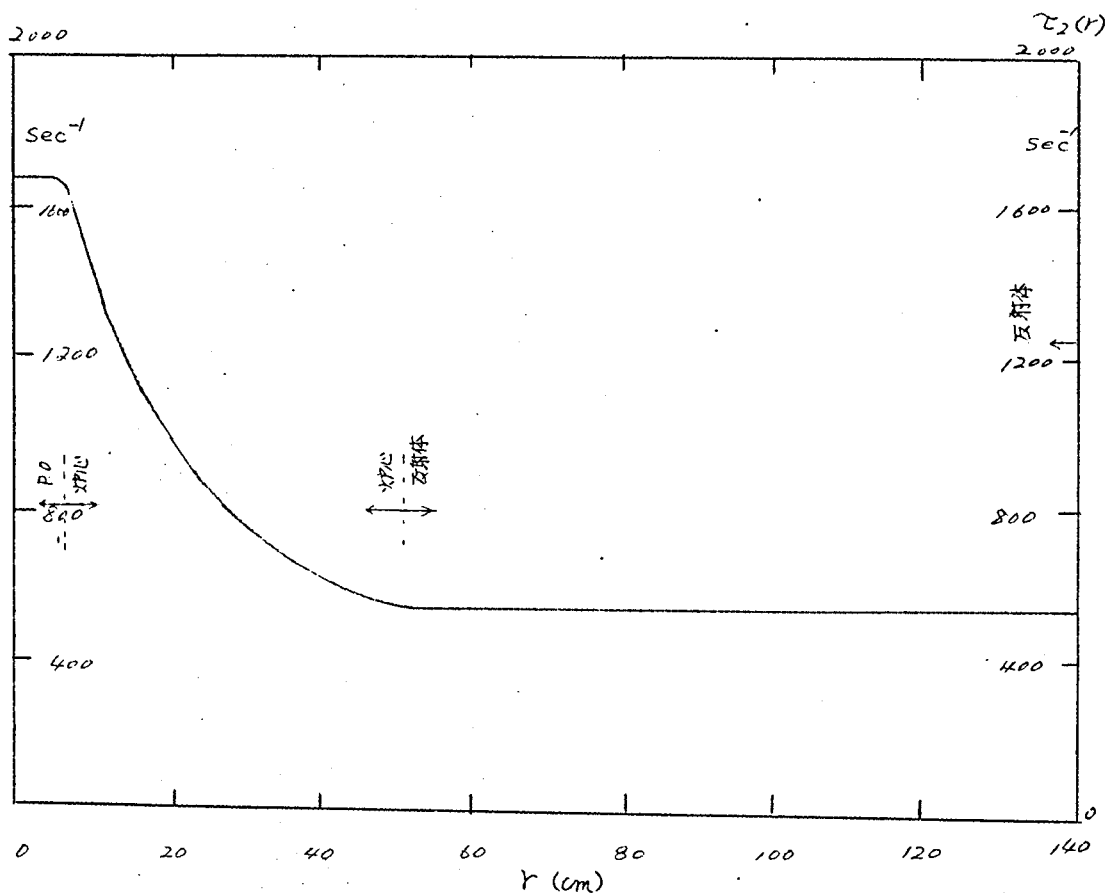


図 2.4.5 (b) 熱外中性子群の  $\tau_2(r)$

$\tau_2(r)$  も大ざっぱに言って 第2高次モード, 第3高次モードの崩壊定数  $3 \mu DB_g^2 \cong 315 \text{ sec}^{-1}$ ,  $8 \mu DB_g^2 \cong 840 \text{ sec}^{-1}$  と同じオーダーの値となっている。

$\tau_2(r)$  が源に近いほど 大きくなっているのも より高次のモードが重ね合わさっているためと思われる。

熱中性子群の  $k_\infty(r)$  は ほぼ 炉心, 反射体境界附近で零となり 源に近

い側（炉心側）で正、遠い側（反射体側）で負となっており、また、 $\gamma_2(r) \gg \gamma_1(r)$  であるから（2.4.3）式で 第1項との和をとった値を考えると、炉心側では 一点近似伝達関数（すなわち 第1項のこと）よりも 位相進みで、振巾の減衰が少く、反射体側では、より位相遅れで振巾はより減衰するという傾向を示すことがわかる。

熱中性子束の  $K_2(r)$  は炉心では ほぼ 熱中性子束の  $K_1(r)$  と相似な形になっているが 反射体では負にならない。このため 熱中性子束の位相は  $-90^\circ$  より遅れることはない。

2極展開（2.4.3）式の周波数応答をボード線図で示したのが 図2.4.6, 図2.4.7, 図2.4.8, 図2.4.9である。同時に示した点は、第5節で述べるパイルオツシレーター法により実測した値である。（註1）

誤差は統計変動のみを考慮し、標準誤差をとっている。

---

（註1） 熱中性子束の振巾の実測値は 昭和39年度の実験で得られた値を一部引用している。その他の実測値は 昭和40年度のものである。

図 2.4.6 熱中性子束の振巾応答

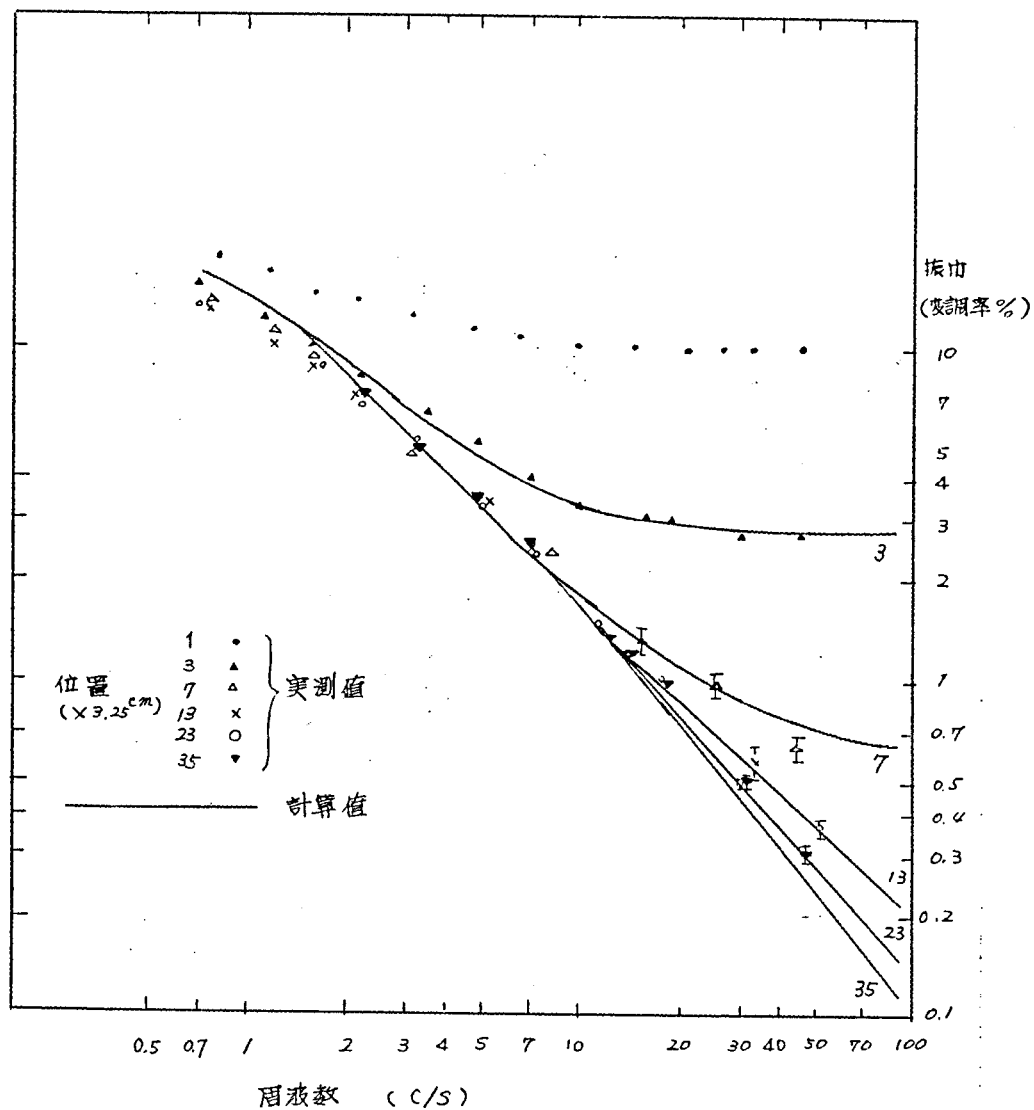


図2.4.7 熱中性子束の位相応答

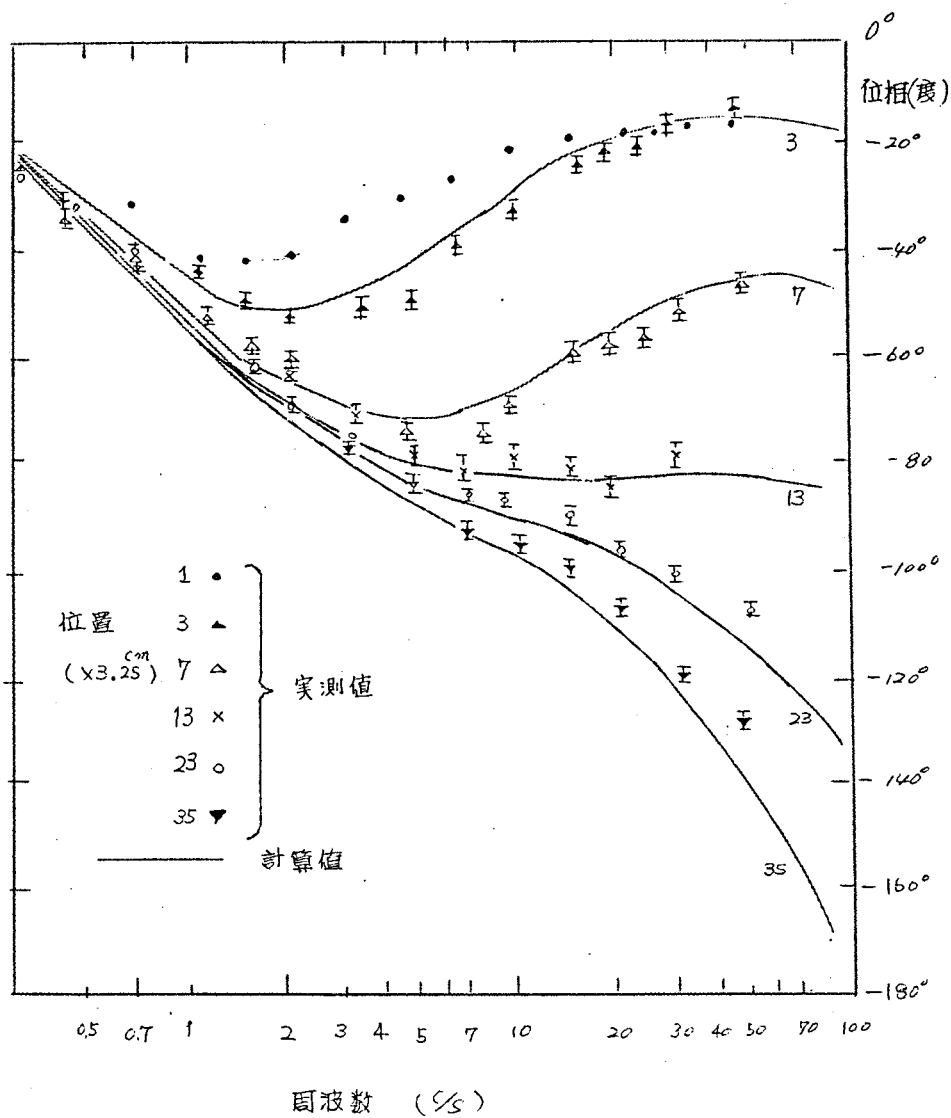
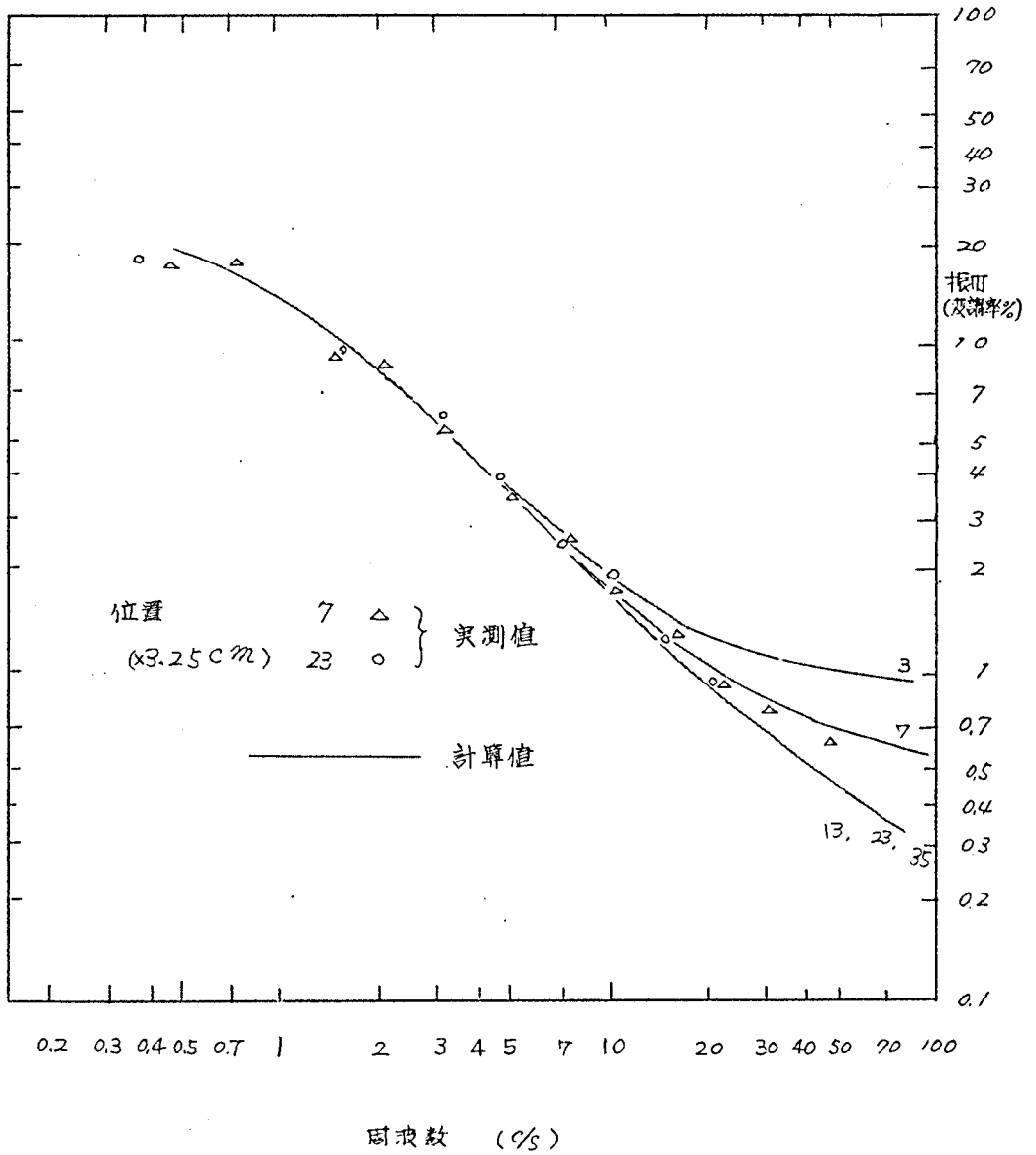
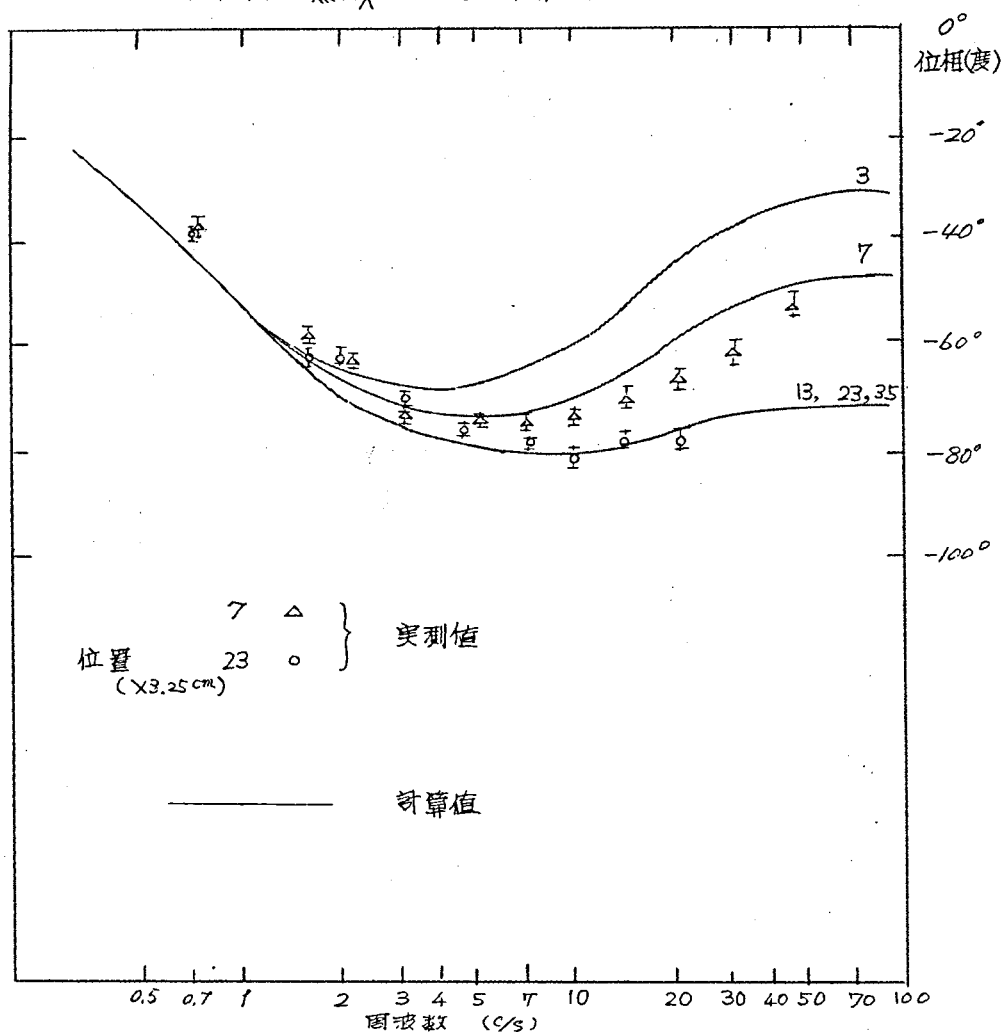


図 2.4.8 熱外中性子束の振巾応答



中  
図 2.4.9 熱中性子束の位相応答



得られた、定性的傾向は次のようである。

- (i) 空間依存性は 折れ曲り周波数以上で現われ、それ以下では、一点近似動特性で充分である。
- (ii) 周波数が折れ曲り周波数より高くなるにつれて 一点近似動特性よりはずれ出し、源と測定点間の波動の直接伝播の動特性に漸近する。
- (iii) 一点近似動特性よりはずれ出す 周波数は 源に近いほど低い。
- (iv) 熱中性子束について言うと、ほぼ 一点近似動特性を示す点が領域中にある、この点では周波数が高くなると 振巾は  $1/\omega$ 、位相は  $-90^\circ$  に漸近する。この点より源に近いほど位相は歪み、振巾は  $1/\omega$  より大きい、この点よ

り遠いほど、位相は $-90^\circ$ をこえて降れ、振巾は $1/\omega$ よりも減衰する。

- (V) 熱外中性子束については 炉心では 空間依存性を示すが、反射体に入るとほとんど空間依存性を示さず 炉心反射体境界の値のままである。
- (VI) 熱外中性子束の位相は、高周波になるにつれて $-90^\circ$ にすぐに漸近せず位相の山(進み)が現われる。この理由は第3部で解明する。

実験値と理論計算の間には若干の差が見られるが、この理由として

- (i) KDC-1電子計算機の容量不足のためノイマン級数の係数 $\psi_n(H)$ を求めるのに使った末端界コード“SUN”で空間メッシュが20しかとれなかったので、 $\psi_n(H)$ に誤差を生じた。
- (ii) 第5部でのべるように、実験値は全中性子密度とエピカドミ中性子密度についての周波数応答である。エピカドミ中性子密度の応答は、2群近似の下では 熱外中性子束応答と考えられる。また全中性子密度は測定点 7, 13, 23, 35 については(誤差、変調率で $\pm 0.1\%$ 以下、位相 $-1.0^\circ$ 以下で)ほぼ 熱中性子束応答と見なせる。
- しかし、パイルオッシレーターに近い測定点 1, 3, はパイルオッシレーターの強い吸収のため エピカドミ中性子の影響が強く、熱中性子束についての計算値からははずれる。その上、これらの点では、2群拡散近似そのものによる誤差がある。
- (iii) 体系を球形に近似することにより誤差が生ずる。

にもかかわらずかなりよく実験値の傾向を表わしていることから、この少数極展開法は、原子炉空間依存伝達関数の計算に應用して、かなり有効な方法であると言えよう。

少くとも、めんどろな固有値問題をとく必要がないので簡単に短時間に(本章のSHEの例では IBM 7090に換算して約2~3分)伝達関数が求まる。

## 結 論

第1部でのべた少数<sup>極</sup>展開法と原子炉空間依存伝達関数の計算と若干の臨渡状態の計算に應用した。1群均質平板炉の伝達関数を数値計算し解析的に求めた厳密解と比較してこの少数極展開法により、簡単な計算で速い収束をする近似解が得られることを示した。さらに2群2領域球形炉の伝達関数についても数値計算し、実験的に求めた値と比較しかなりよい一致を見た。また伝達関数の示す空間依存性について若干の定性的傾向をのべた。



### 第3部 原子炉多点近似動特性に対する少数極展開法の応用<sup>(3f)</sup>

#### 緒 論

原子炉は通常 いくつかの特性の異った部分領域、例えば、高速炉心、熱中性子炉心、反射体、ブランケット、ブリーダーなどから構成される。これらの各領域で変数を集中定数化し、各領域の平均中性子束相互間の結合を考慮して、結合炉の取扱いが行われる。<sup>(13)</sup> これは、第1部でのべた多点近似法である。第1部でのべた少数極展開法は このような集中定数系についてもその体系のノイマン級数さえ求めれば あとは そのままの形で応用出来る。

本研究では、弱結合している多領域系を集中定数化するモデルについて述べ、少数極展開法を用いて中性子源伝達関数を求め、それらを分離してモデル中の各パラメーターを求める方法をのべる。次に、この方法を炉心のまわりに反射体のある2領域系について適用し、炉心部分の動特性に対して反射体を与える効果を、7番目の遅発中性子のように扱うモデル（7種モデル）との関連についてのべる。

また第2部第4章で例にとった“SHE - I”炉心について 数値計算し、反射体の効果が空間依存性としてどのように現われるかを説明する。

## 第1章 多領域炉の集中定数系での表現の一モデル

原子炉を適当な丁個の部分領域に分割し、その第 $j$ 領域内で規格化されたある重み  $W_j(r)$  で中性子束  $\phi(r, S)$  を平均して、第 $j$ 領域の平均中性子束

$$\phi_j(S) = \int_{V \in j} W_j(r) \phi(r, S) dr \quad (j = 1, \dots, J) \quad (3.1.1)$$

について議論する。

単純に第2節のやり方をあてはめると、集中定数化をノイマン級数(2.1.6)式に対しておこない、

$$\psi_{jn} = \int_{V \in j} W_j(r) \psi_n(r) dr \quad (3.1.2)$$

として集中定数系のノイマン級数

$$\phi_j(S) = \sum_{n=1}^{\infty} S^{n-1} \psi_{jn} \quad (3.1.3)$$

を全く同様のやり方で、少数極展開の形に接続すればよい。このやり方では、答は直接的にえられるが、<sup>以下では</sup>各領域間の結合が隔に現われる様に、多領域系を集中定数化する一つのモデルを作る。このやり方はすでに各領域間の結合が弱いときの結合炉に対して考えられているモデル<sup>(32)</sup>と類似のものである。

第 $j$ 領域内での $r$ に関してラプラス変換された、遅発中性子/組の1群拡散方程式は、外部中性子源を  $S_{Ej}(r, S)$  とすると

$$\begin{aligned} \left[ \nabla D_j \nabla - \Sigma_{aj} + (1-\beta) \nu \Sigma_{fj} + \frac{\lambda}{S+\lambda} \beta \nu \Sigma_{fj} \right] \phi_j(r, S) + S_{Ej}(r, S) \\ = \frac{S}{v} \phi_j(r, S) \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \bar{\phi}_j(S) &= \int_{V \in j} W_j(r) \phi_j(r, S) dr \\ \bar{S}_{Ej}(S) &= \int_{V \in j} W_j(r) S_{Ej}(r, S) dr \end{aligned} \right\} \quad (3.1.5)$$

と集中定数化する。すなわち(3.1.4)式の諸定数は領域内で一定として面近に  $W_j(r)$  をかけ第 $j$ 領域内で積分すると、第 $j$ 領域内の中性子数の釣合の式をうる。

$$S_{Ij}(s) - S_{oj}(s) - \sum a_j \bar{\varphi}_j(s) + (1-\beta) \nu \sum_{f \neq j} \bar{\varphi}_f(s)$$

$$+ \frac{\lambda}{s+\lambda} \beta \nu \sum_{f \neq j} \bar{\varphi}_f(s) + \bar{S}_{Ej}(s) = \frac{s}{\lambda} \bar{\varphi}_j(s)$$

(3.1.6)

ここに、 $S_{Ij}(s)$  は他の領域から 第  $j$  領域へ入ってくる中性子によって生ずる中性子源を集中定数化したもの、 $S_{oj}(s)$  は、第  $j$  領域からにげ出す中性子によるそれを表わす。

$S_{Iji}(s)$  を第  $i$  領域から 第  $j$  領域へ入ってくる中性子源を表わすとすると

$$S_{Ij}(s) = \sum_{i \neq j} S_{Iji}(s) \quad (3.1.7)$$

である。

$S_{oj}(s)$  は  $\bar{\varphi}_j(s)$  に比例し、 $S_{Iji}(s)$  は  $\bar{\varphi}_i(s)$  に比例しているとする。

$$S_{oj}(s) = L_j(s) \bar{\varphi}_j(s) \quad (3.1.8)$$

$$S_{Iji}(s) = C_{ji}(s) \bar{\varphi}_i(s) \quad (3.1.9)$$

このとき  $C_{ji}(s)$  を領域  $i$  と  $j$  間の結合伝達関数と定義する。

第  $j$  領域内の中性子数釣合の式 (3.1.6) をブロック線図で示すと図 3.1.1 である。

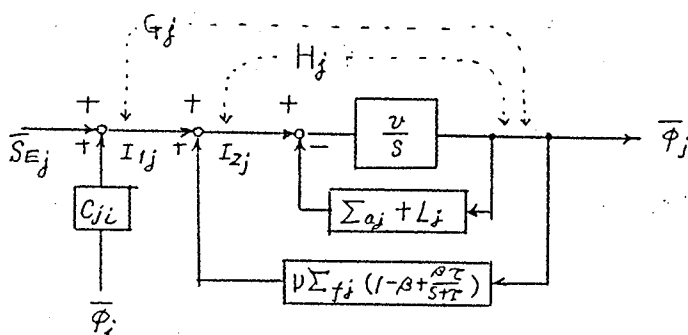


図 3.1.1 第  $j$  領域のブロック線図

図 3.1.1 で

$I_{1j}$  から  $\bar{\phi}_j$  への伝達関数を  $G_{j1}(s)$

$I_{2j}$  から  $\bar{\phi}_j$  への伝達関数を  $H_{j2}(s)$

と定義しておく。

(3.1.9) 式の仮定は、物理的に考えて、各領域がかなり独立に出力をきめることが出来て、他の領域へはその出力に比例した中性子源として影響するということを意味し、領域間の結合が弱い場合につましく満たされようである。

(しかし 強い結合の場合でも この形にかけることが報告されている。<sup>(32)</sup>) 2領域から成る炉を、ブロック線図で表わしてみると 図 3.1.2 のようになる。

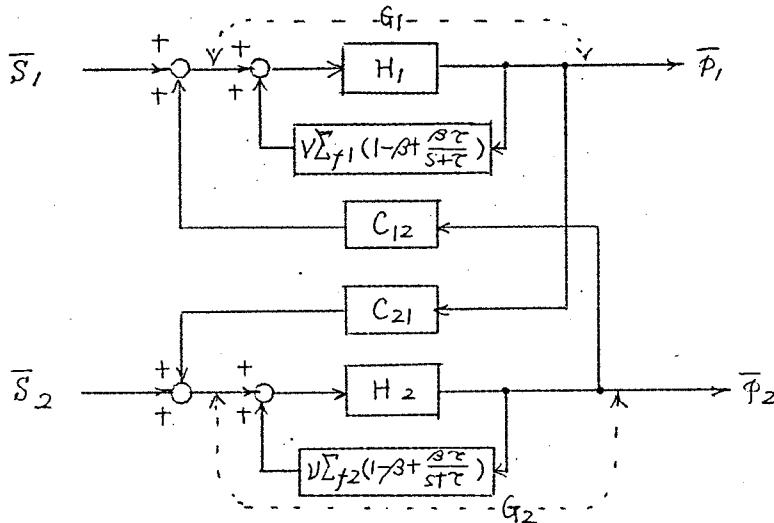


図 3.1.2 2領域炉のブロック線図

2領域にまたがるループの開ループの伝達関数を

$$G(s) = G_1(s) G_2(s) C_{21}(s) C_{12}(s) \quad (3.1.10)$$

とすると、

第  $i$  領域にある外部中性子源から第  $j$  領域の中性子束への伝達関数  $\phi_{ji}(s)$  は、

$$\left. \begin{aligned} \phi_{11}(s) &= \frac{\bar{\phi}_1(s)}{\bar{S}_1(s)} = \frac{G_1(s)}{1 - G(s)}, & \phi_{21}(s) &= \frac{\bar{\phi}_2(s)}{\bar{S}_1(s)} = \frac{G_1(s) G_2(s) C_{21}(s)}{1 - G(s)} \\ \phi_{22}(s) &= \frac{\bar{\phi}_2(s)}{\bar{S}_2(s)} = \frac{G_2(s)}{1 - G(s)}, & \phi_{12}(s) &= \frac{\bar{\phi}_1(s)}{\bar{S}_2(s)} = \frac{G_1(s) G_2(s) C_{12}(s)}{1 - G(s)} \end{aligned} \right\}$$

となる。

通常  $G_1(s)$  と  $G_2(s)$  は核分裂に起因する  $\nu \Sigma_f$  の正のフィードバックを含んでいるため、大きな値をもっている。そこで  $\nu = 0$  であるが、他の性質は不変であるような体系を仮想すると、(3.1.11)式に対応して

$$\left. \begin{aligned} \phi_{11}(s) &= \frac{H_1(s)}{1-H(s)}, & \phi_{12}(s) &= \frac{H_1(s) H_2(s) C_{12}(s)}{1-H(s)} \\ \phi_{22}(s) &= \frac{H_2(s)}{1-H(s)}, & \phi_{21}(s) &= \frac{H_1(s) H_2(s) C_{21}(s)}{1-H(s)} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.12)$$

$$H(s) = H_1(s) H_2(s) C_{12}(s) C_{21}(s)$$

と出来る。

一方で中性子源伝達関数  $\phi_{ji}(s)$  を、前述のように 少数極展開法を使って求めておけば (3.1.12) 式をとりて、 $H_1(s)$ ,  $H_2(s)$ ,  $C_{12}(s)$ ,  $C_{21}(s)$  を求めることが出来る。(註1)

$\nu = 0$  とした仮想体系の / イマン級数を電子計算機を使って求めるときに、核分裂源くり返し計算 (fission source iteration) が不要なので収束がずっと速い。

領域の数が3つ以上のときや、多群の取扱いに対して拡張は簡単に出来るが領域間の結合が複雑になるのは、さけられない。

(註1)  $H_j$  と  $\nu \Sigma_f j$  とから  $G_j$  を構成する仕方は、 $j$  領域だけでかなりの増倍を示すようなとき ( $\nu \Sigma_f j \cong \Sigma_{aj} + L_j$ ) は、大きい誤差が生じるので、 $G_j$  は一点近似動特性でおきかえてしまった方がよい。

## 第2章 炉心反射体より成る2領域系に対する応用

### 2.1 少数極展開法による解法

反射体は、通常、炉心からもれてくる高速中性子を減速させ、熱中性子にして炉心へもどす働きをする。反射体の効果を、静特性は勿論、動特性において考えるとき、少なくとも、エネルギー2群近似が望ましいものと思われる。<sup>(33)</sup>

この章では、炉心、反射体より成る2領域系を考え、エネルギーは2群近似として、前章の取扱いを拡張した。図3.2.1にモデル化したブロック線図を示す。点線の部分は核分裂のループであるが  $\lambda=0$  とする反響体系では存在しない。

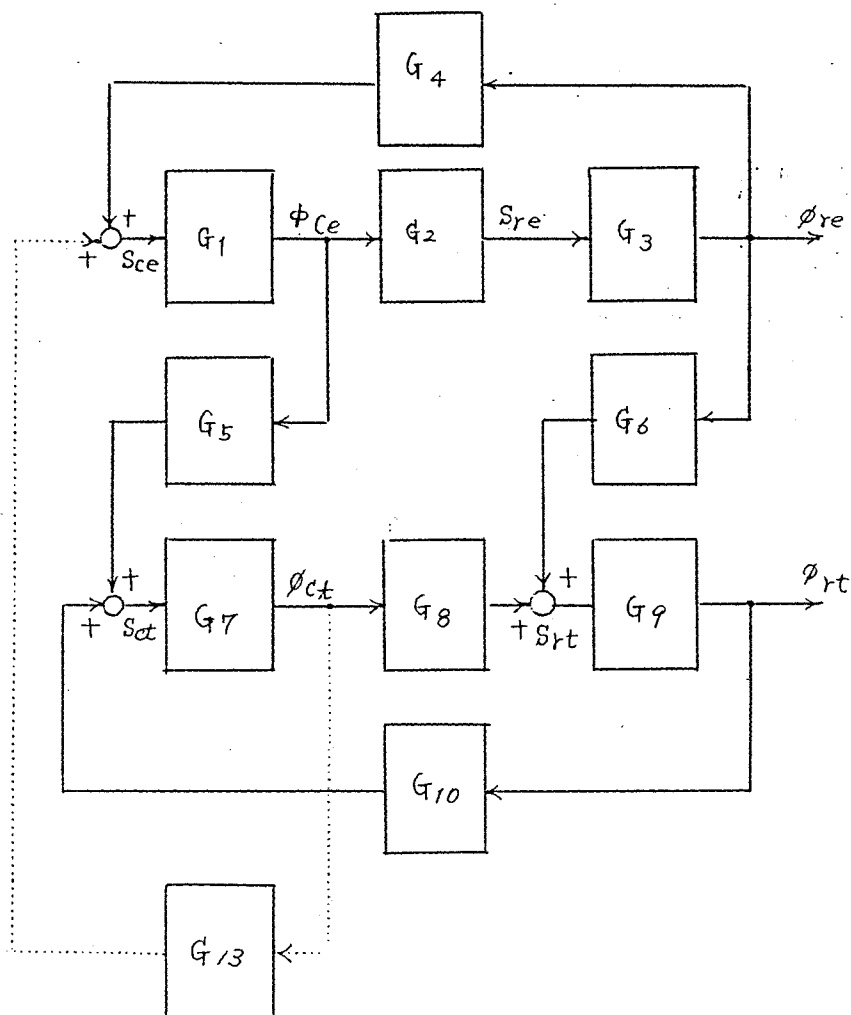


図 3.2.1 2群2領域ブロック線図

この非増倍系について 前章の方法で ノイマン級数を求め、これを少数極展開の形に近似すれば 第 $j$ 領域、第 $l$ 群に属する中性子源から、第 $i$ 領域、第 $k$ 群の中性子束への中性子源伝達関数

$$\frac{\phi_{ik}(s)}{S_{jl}(s)} \quad i, j = \begin{cases} c; \text{炉心} \\ r; \text{反射体} \end{cases} \quad k, l = \begin{cases} e; \text{熱外中性子群} \\ t; \text{熱中性子群} \end{cases}$$

を12個求めることが出来る。ノイマン級数は 2群2領域定常拡散方程式

$$\left. \begin{aligned} [M(r)] \psi_1(r) + S_{je}(r) &= 0 \\ [M(r)] \psi_2(r) - [V]^{-1} \psi_1(r) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.1)$$

$$\text{ただし } S_{je}(r) = \begin{bmatrix} W_j(r) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S_{jt}(r) = \begin{bmatrix} 0 \\ W_j(r) \end{bmatrix}$$

をくり返し解き

$$\begin{bmatrix} \psi_{nie, jl} \\ \psi_{nit, jl} \end{bmatrix} = \int_{V \in i} W_i(r) \begin{bmatrix} \psi_{ne}(r) \\ \psi_{nt}(r) \end{bmatrix} dr \quad (3.2.2)$$

と集中定数化すると

$$\frac{\phi_{ik}(s)}{S_{jl}(s)} = \psi_{1ik, jl} + s \psi_{2ik, jl} + s^2 \psi_{3ik, jl} + \dots \quad (3.2.3)$$

となるから、これを少数極展開の形に接続すれば  $\frac{\phi_{ik}(s)}{S_{jl}(s)}$  を求める。  
12個の伝達関数を

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \frac{\phi_{ce}}{S_{ce}}, & g_2 &= \frac{\phi_{re}}{S_{ce}}, & g_3 &= \frac{\phi_{re}}{S_{re}}, & g_4 &= \frac{\phi_{ce}}{S_{re}} \\ g_5 &= \frac{\phi_{ct}}{S_{ct}}, & g_6 &= \frac{\phi_{rt}}{S_{ct}}, & g_7 &= \frac{\phi_{rt}}{S_{rt}}, & g_8 &= \frac{\phi_{ct}}{S_{rt}} \\ g_9 &= \frac{\phi_{rt}}{S_{ce}}, & g_{10} &= \frac{\phi_{ct}}{S_{ce}}, & g_{11} &= \frac{\phi_{ct}}{S_{re}}, & g_{12} &= \frac{\phi_{rt}}{S_{re}} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.4)$$

と書く。

一方 ブロック線図, 図 3.2.1 の伝達関数  $G_m$  ( $m = 1 \sim 10$ ) とこの  $g_n$  ( $n = 1 \sim 12$ ) との間には

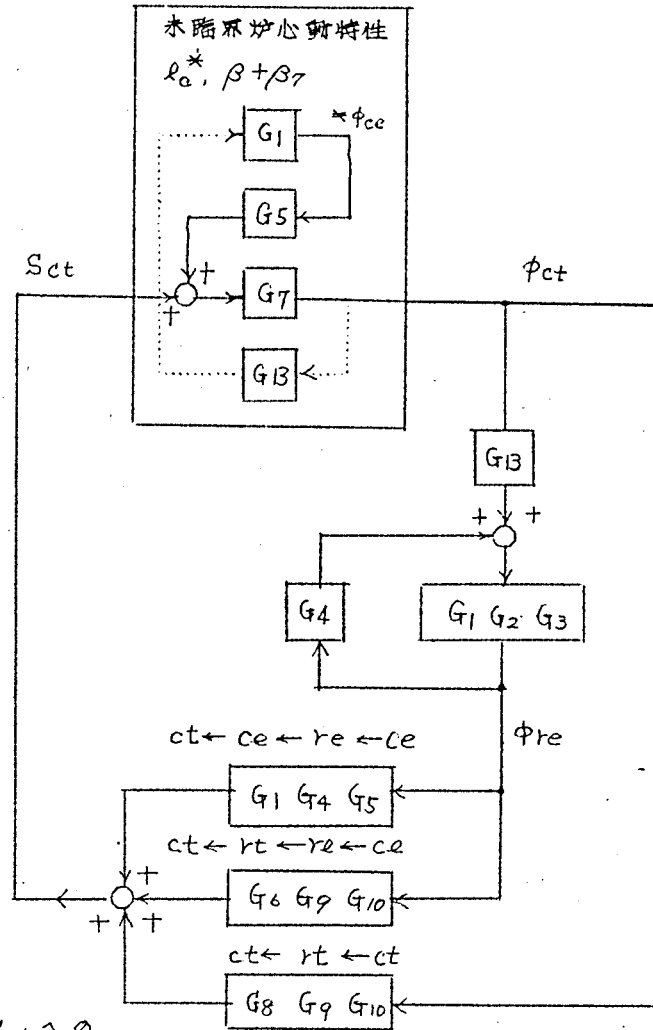
$$\left. \begin{aligned} G_e &= g_2 g_4 / g_1 g_3 \\ G_t &= g_6 g_8 / g_5 g_7 \\ G_1 &= g_1 (1 - G_e) \\ G_2 &= g_2 / g_3 G_1 \\ G_3 &= g_3 (1 - G_e) \\ G_4 &= g_4 / g_3 G_1 \\ G_5 &= (g_{11} / g_1 G_7) - (g_9 G_{10} / g_1) \\ G_6 &= (g_{12} / g_3 G_9) - (g_{10} G_8 / g_3) \\ G_7 &= g_5 (1 - G_t) \\ G_8 &= g_6 / g_7 G_7 \\ G_9 &= g_7 (1 - G_t) \\ G_{10} &= g_8 / g_7 G_7 \\ G_{13} &= \vee \Sigma_f c \end{aligned} \right\} \quad (3.2.5)$$

の関係があるので,  $g_n$  を求めると,  $G_1 \sim G_{10}$  のすべての伝達関数を求めることが出来る。

図 3.2.1 を等価変換して 炉心のみでできる未臨界の動特性の部分と それに正のフィードバックとして効く反射体のループに分離して表わしたのが 図 3.2.2 である。反射体による正のフィードバックループ  $G_F$  は  $G_F = G_{F1} + G_{F2} + G_{F3}$  と 3 ループに分離出来て次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} G_{F1} &= \frac{G_1 G_2 G_3 G_B}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} G_6 G_9 G_{10} ; \text{炉心熱外中性子束} \rightarrow \text{反射体熱外中性子束} \\ &\quad \rightarrow \text{反射体熱中性子束} \rightarrow \text{炉心熱中性子源} \\ G_{F2} &= G_8 G_9 G_{10} ; \text{炉心熱中性子束} \rightarrow \text{反射体熱中性子束} \rightarrow \\ &\quad \text{炉心熱中性子源} \\ G_{F3} &= \frac{G_1 G_2 G_3 G_B}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} G_1 G_4 G_5 ; \text{炉心熱外中性子束} \rightarrow \text{反射体熱外中性} \\ &\quad \text{子束} \rightarrow \text{炉心熱外中性子束} \rightarrow \text{炉心熱中} \\ &\quad \text{性子源} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.6)$$





$\phi_{ct}$  から  $S_{ct}$  への  
フィードバック;  $G_F$

図 3.2.2 図 3.2.1 の等価変換

## 2.2 遅発中性子グループモデルとの関係

よく知られた、エネルギー-1 群、均質裸の臨界近傍の炉の基本モードに関する動特性方程式は<sup>(34)</sup> 遅発中性子 6 組として

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \\ \frac{dC_i}{dt} &= \frac{\beta_i}{\Lambda} n - \lambda_i C_i, \quad (i=1, \dots, 6) \\ \beta &= \sum_{i=1}^6 \beta_i \end{aligned} \right\} \quad (3.2.7)$$

である。

ただし  $n$ ; 基本モードの中性子密度

$C_i$ ; 基本モードの  $i$  組の遷移中性子先行核密度

$\beta_i$ ; " " " " " 生成割合

$\lambda_i$ ; " " " " " 崩壊定数

$\ell_0^*$ ; 炉全体の基本モードの遷移中性子平均寿命

$\delta k$ ; 基本モードに関する超過反応度

である。(3.2.7)式で

$$\delta k n \cong \delta k n_0 \quad n_0: \text{定常値}$$

と近似して、 $\delta k n_0$  から  $n$  への伝達関数<sup>(35)</sup>を求めると 6 組モデル

$$\frac{n(s)}{n_0 \delta k(s)} = \frac{1}{\ell_0^* s \left( 1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\ell_0^* (s + \lambda_i)} \right)} \quad (3.2.8)$$

となる。次に反射体がついた場合を考えてみる。炉全体の平均寿命(核分裂で生れ、吸収或いは漏れ出るまでの平均時間)  $\ell_0^*$  は、炉心内に存在するとか、

反射体<sup>内</sup>で存在するとかいう 色々の遷移の寿命の平均としてしまっている。

このうち反射体内の熱中性子に対して通常吸収が少なく、また普通の大きさの反射体ではもれて出る確率も小さいので寿命は長くなり、平均的な  $\ell_0^*$  に対して大きい寄与をしている。しかし動的に考えて、周波数応答(周波数  $\omega$  rad/sec)を考えてみると、この遷移の寿命が「長い」ということは、一番応答が遅いということであり、 $\omega$  をだんだん高くしていった場合、この遷移がまず脱落する。無限大の大きさの反射体の熱中生子に対する平均寿命を  $\ell_{r\infty}$  とすると、ほぼ  $\omega > \lambda_{r\infty} = 1/\ell_{r\infty}$  rad/sec では  $\ell_0^*$  の値は短くなってしまい、通常の 6 組モデル (3.2.8) 式は破綻してしまう。

通常の黒鉛減速炉では 6 組モデル (3.2.8) 式の折れ曲り周波数は、

$$\beta/\ell_0^* \cong 1 \text{ c/s であり一方 } \lambda_{r\infty} = 1/\ell_{r\infty} = \sum a_r \nu_t \cong 15 \text{ c/s}$$

軽水減速炉でも  $\beta/\ell_0^* \cong 10 \text{ c/s}$ ,  $\lambda_{r\infty} \cong 800 \text{ c/s}$  である。ただし  $\sum a_r$  は反射体の熱中生子に対する吸収断面積である。従って、これは制御上の問題を惹起しないが、折れ曲り点より上の周波数領域での問題に対しては、通常の 6 組モデルでは近似が悪くなってくる。

そこで反射体の効果を第 7 番目の遷移中性子の組のように扱うモデル (7 組モデル) が考えられた。<sup>(36)</sup> 炉心から反射体へ漏れた中生子は反射体の実効崩壊定数  $\lambda_7$  でさまる減衰をうけて、炉心にフィードバックされる。つまり中生子のうちある一部分だけが別れてある減衰をうけた後、連鎖反応に加わる効果は遷

発中性子の如事と同じと考えられる。

こうして 炉心の中性子密度  $n_c$ , 反射体の中性子密度  $n_r$  として  
炉心で

$$\frac{dn_c}{dt} = \frac{\delta k - (\beta + \beta_7)}{l_c^*} n_c + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i + \lambda_7 n_r \quad (3.2.9)$$

反射体で

$$\frac{dn_r}{dt} = \frac{\beta_7}{l_c^*} n_c - \lambda_7 n_r, \quad (3.2.10)$$

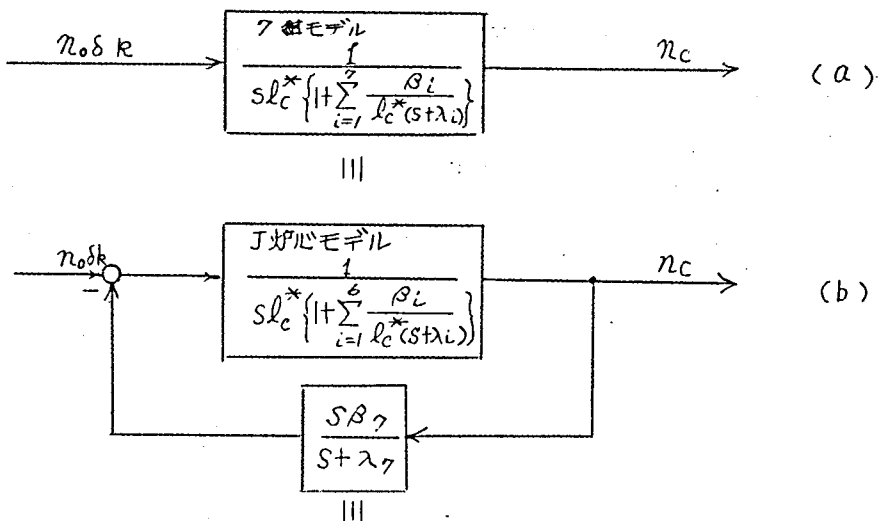
$l_c^*$  ; 炉心の平均寿命

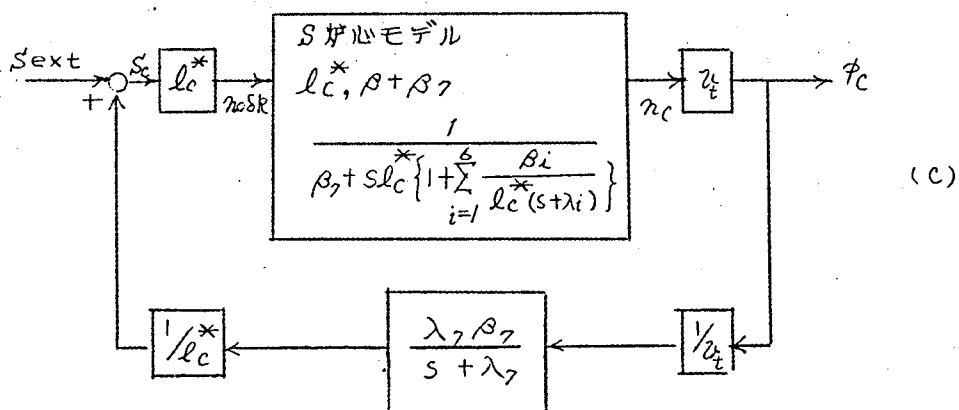
とするモデルを 7 組モデルと名づけておく。

(3.2.9) 式で  $\lambda_7 n_r$  の項を除いた式は 反射体から炉心へ熱中性子がもどらないと仮定した 仮想の未臨界炉心応答を表わす。これを S 炉心モデルと名づける。そのとき  $\beta_7$  は炉心の未臨界度を表わしていると考えうる。

(3.2.9) (3.2.10) 式をラプラス変換して伝達関数の形に表わすと図 3.2.3(c) のブロックダイアグラムになる。

図 3.2.3 7 組モデル等価変換





これは等価変換により同図 (b) の仮想の炉心応答 (J 炉心モデルと言う) に  $s\beta_7/(s+\lambda_7)$  の負のフィードバックのなかった形になり、さらに等価変換により、同図 (a) となる。すなわちク粗モデル

$$\frac{\kappa_c}{\kappa_{oc} \delta k} (s) = \frac{1}{l_c^* s \left\{ 1 + \sum_{i=1}^7 \frac{\beta_i}{l_c^* (s + \lambda_i)} \right\}} \quad (3.2.11)$$

反射体付きの炉心の応答は このク粗モデルで表わされ、反射体の応答はこの炉心の応答から さらに一次おくれ

$$\frac{\beta_7}{l_c^* (s + \lambda_7)}$$

をうけた形になる。

図 3.2.3 (c) は図 3.2.2 に対応するものと考えられ、第 7 組のパラメーターは  $\lambda_7 = 1/(G_F \text{ の時定数 })$  (3.2.12)

また  $l_c^*$  が既知とすると

$$\beta_7 = \nu_t l_c^* \chi (G_F \text{ の利得}) \quad (3.2.13)$$

と求めることが出来る。

炉心の平均寿命  $l_c^*$  は、

$$l_c^* = \frac{1}{\nu_t \Sigma_{ac} (1 + L_c^2 B_c^2)} \quad (3.2.14)$$

$\Sigma_{ac}$  ; 炉心の熱中粒子に対する吸収断面積

$L_c^2 = D_c / \Sigma_{ac}$  ; " " 拡散距離

$B_c$  ; " " 等価な彎曲

と近似的に与えられるとする。Bcの求め方として、反射体係数<sup>(34)</sup>  $\delta$ を求めて、炉心を等価な裸炉心におきかえて その半径  $R_c + \delta$  からきまる電曲

$$B_c = \frac{\pi}{R_c + \delta}$$

とする方法と、2組2領域の拡散方程式の臨界条件より求まる二つの炉心の電曲のうち正の方

$$B_c = \frac{1}{2} \left[ - \left( \frac{1}{L_{fc}^2} + \frac{1}{L_{tc}^2} \right) + \sqrt{ \left( \frac{1}{L_{fc}^2} + \frac{1}{L_{tc}^2} \right) + \frac{4}{L_{fc}^2 L_{tc}^2} \left( \frac{\sqrt{\Sigma_f c}}{\Sigma_a t c} - 1 \right) } \right]$$

(3.2.15)

添字 f ; 熱外中性子束

添字 c ; 炉心

添字 t ; 熱中性子束

添字 r ; 反射体

L ; 拡散距離

$\Sigma_f$  ; 熱中性子群核分裂断面積

$\Sigma_a$  ; 吸収断面積

をとる 二つの方法が考えられる。

7組モデルの周波数特性は

$\omega = \beta / l_0^* \text{ rad/sec}$  の折れ曲り点 附近では

$$\lambda_7 \gg \omega = |S|$$

$$\lambda_i \ll \omega = |S|, \quad i = 1 \sim 6$$

と考えられるから (3.2.11) 式は

$$\begin{aligned} \frac{1}{l_c^* S \left\{ 1 + \sum_{i=1}^7 \frac{\beta_i}{l_c^* (S + \lambda_i)} \right\}} &\cong \frac{1}{S \left\{ l_c^* + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{S} + \frac{\beta_7}{\lambda_7} \right\}} \\ &= \frac{1}{\beta + S \left( l_c^* + \frac{\beta_7}{\lambda_7} \right)} \quad (3.2.16) \end{aligned}$$

と出来るので7組モデルの折れ曲り周波数は

$$\frac{\beta}{l_c^* + \frac{\beta_7}{\lambda_7}} \quad (3.2.17)$$

となる。

一方  $l_0^*$  は、通常、反射体のついた体系でも 裸の炉の伝達関数 (6組モデル) で近似出来るとして、実験的に折れ曲り点を求め  $\beta / l_0^*$  として、 $l_0^*$  を

きめている。

だから

$$l_o^* = l_c^* + \frac{\beta_7}{\lambda_7} \quad (3.2.18)$$

の関係がある。また実効的な反射体平均寿命を

$$l_r^* = 1/\lambda_7$$

を定義すると

$$l_o^* = l_c^* + \beta_7 l_r^* \quad (3.2.19)$$

であり、炉心と反射体の寿命が  $1 : \beta_7$  ( $\cong$  炉心未臨界度) の比で加え合わされて炉全体の寿命  $l_o^*$  がきまるという表現になっている。

また  $\lambda_7$  rad/sec より上では、この反射体から炉心へのフィードバックが脱落してくるので、炉心の応答 (すなわちク組モデル) は 未臨界の炉心の応答 (S炉心モデル) に漸近する。(図 3.3.2, 図 3.3.3 参照) このため、 $\lambda_7$  rad/sec あたりで、位相および振幅曲線に山が現われる。

もちろんク組モデルはエネルギー1群で熱中性子群のみを対象にしているから第2節で計算した熱中性子束の空間依存関数応答にくらべてみると、周波数の高いところで、炉心応答が位相遅れと振幅減衰が小さくなっていることに対応する。つまり このような曲線の山は反射体から炉心への正のフィードバックによるという解釈を与えることが出来る。

また、反射体の中の熱中性子束の応答は前述したように 炉心応答から一次遅れを受けた形になるから、このような山は現われなくなる。

一方熱外中性子束は炉心の熱中性子束応答に比例した核分裂中性子源を源として形成され、その中性子速度が大きいことが原因して (中性子源が存在しない反射体内では特に) 空間依存性が現われない。

そこで反射体内の熱外中性子束は、粗い近似ではあるが、炉心の熱中性子束の応答の平均値、すなわちク組モデルの応答を示しているものと考ええる。

このため、第2節第4章の定性的傾向 (V1) でのべたような性質を示すと考えられる。

### 第3章 黒鉛減速均質反射体つき炉心についての数値例

前章の理論を、第2部第4章で例に挙げた“SHE-I”の体系について数値計算をやって確かめてみる。

具体的な計算法は前章でのべた。領域間の結合を問題とするのは炉心、反射体の2領域としたが、非増倍系のノイマン級数を求めるときには、パイルオッシレーター領域も考慮した。前述の少数群拡散コード“DICS”を使って2群3領域空間48メッシュの定常計算をくり返して、ノイマン級数(3.2.3)を求めた。重み $W_n(t)$ はすべて1とし、外部中性子源の形も1とした。ノイマン級数は第2項までとし、12個の伝導関数 $g_n$ を一次遅れの形に近似した。このパラメータを表3.3.1に示す。

次いで(3.2.5)式によって10個の $G_m$ を一次遅れとして求めこれには、KDC-1用の一次遅れ合成解析コード“QQQ”を使用した。(註1)

表3.3.1  $g_n$ の利得と時定数

$g_n(s) = K_n / (1 + s\tau'_n)$		$K'_n$	$\tau'_n$ (sec)
$g_1$	$\phi_{ce}/s_{ce}$	152.67	$3.2128 \times 10^{-6}$
$g_2$	$\phi_{re}/s_{ee}$	6.1430	$5.2977 \times 10^{-6}$
$g_3$	$\phi_{re}/s_{re}$	158.23	$2.8529 \times 10^{-6}$
$g_4$	$\phi_{ce}/s_{re}$	113.36	$5.7909 \times 10^{-6}$
$g_5$	$\phi_{ct}/s_{ct}$	105.17	$0.9720 \times 10^{-3}$
$g_6$	$\phi_{rt}/s_{ct}$	15.948	$4.2433 \times$
$g_7$	$\phi_{rt}/s_{rt}$	655.40	$3.5735 \times$
$g_8$	$\phi_{ct}/s_{rt}$	296.82	$4.4230 \times$
$g_9$	$\phi_{rt}/s_{ce}$	27.355	$4.0063 \times$
$g_{10}$	$\phi_{ct}/s_{ee}$	285.60	$3.9296 \times$
$g_{11}$	$\phi_{ct}/s_{re}$	68.491	$1.5660 \times$
$g_{12}$	$\phi_{rt}/s_{re}$	524.80	$3.6518 \times$

(註1) 一次遅れの振巾と時定数を反数とし、一次遅れの四則計算を行って結果を一次遅れの形でうるプログラムで、四則計算や記憶、出力に対応して擬似命令を作り、文献(37)に示されている複素数計算の解析ルーチンと同構造の解析ルーチンによって計算するコードである。

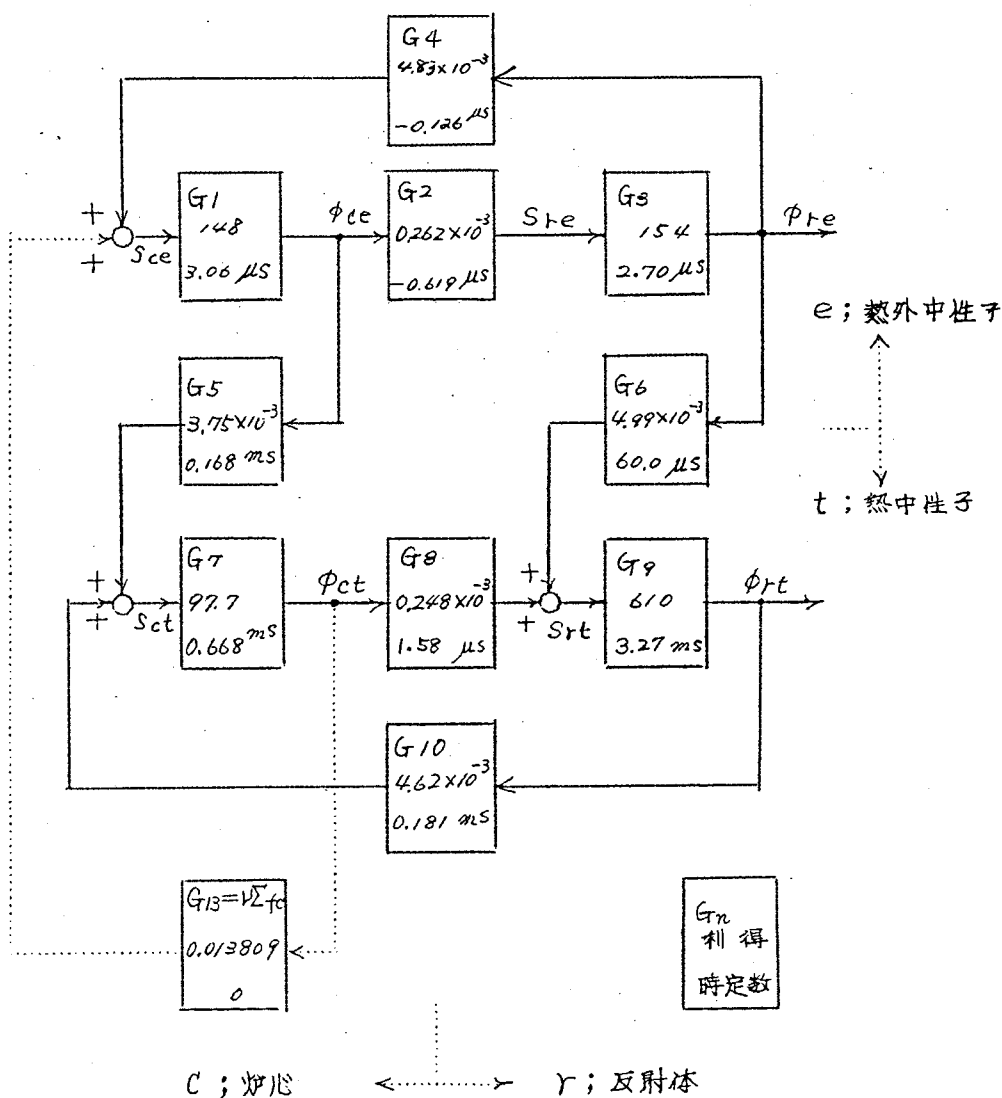


図 3.3.1 2群2領域炉のブロック線図

$G_m$  ( $m=1 \sim 10$ )の値とブロック線図 図3.3.1に示す。

熱外中性子群の炉心、反射体間の結合伝達関数  $G_2$ ,  $G_4$ の時間定数が負になっている。このモデルでは領域間の結合は弱いという仮定をしており、例えば、炉心中性子源  $S_{ce}$ が入るとそれに対して炉心中性子束  $\phi_{ce}$ が確立され、その漏洩部分が反射体中性子源  $S_{re}$  となり、反射体中性子束  $\phi_{re}$ がきまる。しかし、この例にとった“SHE-I”炉の熱外中性子束は炉心反射体間の結合が強



いので、 $S_{ce}$  からすぐに  $(\phi_{ce}, S_{re})$  を経ないで  $\phi_{re}$  に刻く遅程が大きくなり、そのため、 $S_{ce}$  から  $\phi_{re}$  への伝達関数の値を正しく表わすために  $G_2$  の時定数が質となったものであろう。このように強い結合をしている場合は源から中性子束中への値のみが意味のある量であるとして 図 3.3.1 を解釈することが必要である。これは  $G_4$  についても同様である。

その他のブロックは 大体妥当な値を示しているようである。

反射体から炉心へのフィードバックの伝達関数は

$$\left. \begin{aligned} G_{F1} &= \frac{1.1935 \times 10^{-3}}{1 + S(3.5163 \text{ ms})} \\ G_{F2} &= \frac{0.70113 \times 10^{-3}}{1 + S(3.4525 \text{ ms})} \\ G_{F3} &= \frac{0.22801 \times 10^{-3}}{1 + S(0.17628 \text{ ms})} \\ G_F &= G_{F1} + G_{F2} + G_{F3} = \frac{2.1227 \times 10^{-3}}{1 + S(3.1365 \text{ ms})} \end{aligned} \right\} (3.3.1)$$

となり、 $G_{F1}$  の遅程 すなわち炉心熱外中性子が反射体中で熱化されて炉心へもどる遅程と、 $G_{F2}$  の遅程 すなわち、炉心熱中性子が反射体へゆき、そのまゝ炉心へもどる遅程が大きく寄与していることがわかる。

前章のやり方で 7 組モデルの各パラメータをきめた。1 群の反射体遅延の理論から計算した  $l_c^*$  と、2 群 2 領域の炉心正弯曲から計算した  $l_c^*$  の平均を一応  $l_c^*$  として採用した。

(3.2.12) (3.2.13) (3.2.18) 式より

$$\left. \begin{aligned} l_c^* &= 0.514 \text{ msec} \\ \lambda_7 &= 0.31885 \text{ msec}^{-1} \\ \beta_7 &= 0.24003 \\ l_o^* &= 1.27 \text{ msec} \end{aligned} \right\} (3.3.2)$$

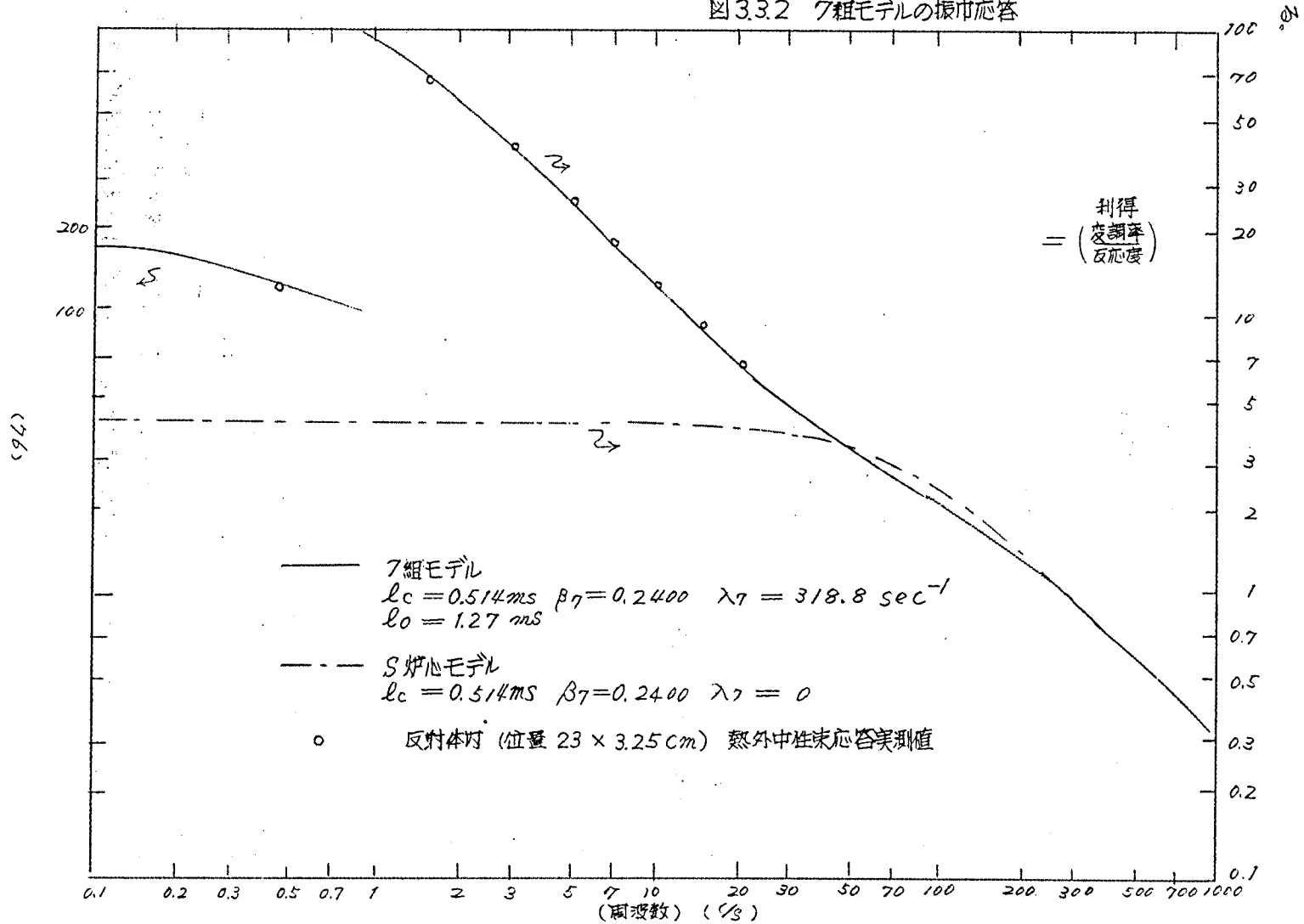
一方第 5 部でのべる実験で測定した値は

$$l_o^* = 1.2 \text{ msec}$$

であるなら大体一致した値がえられている。

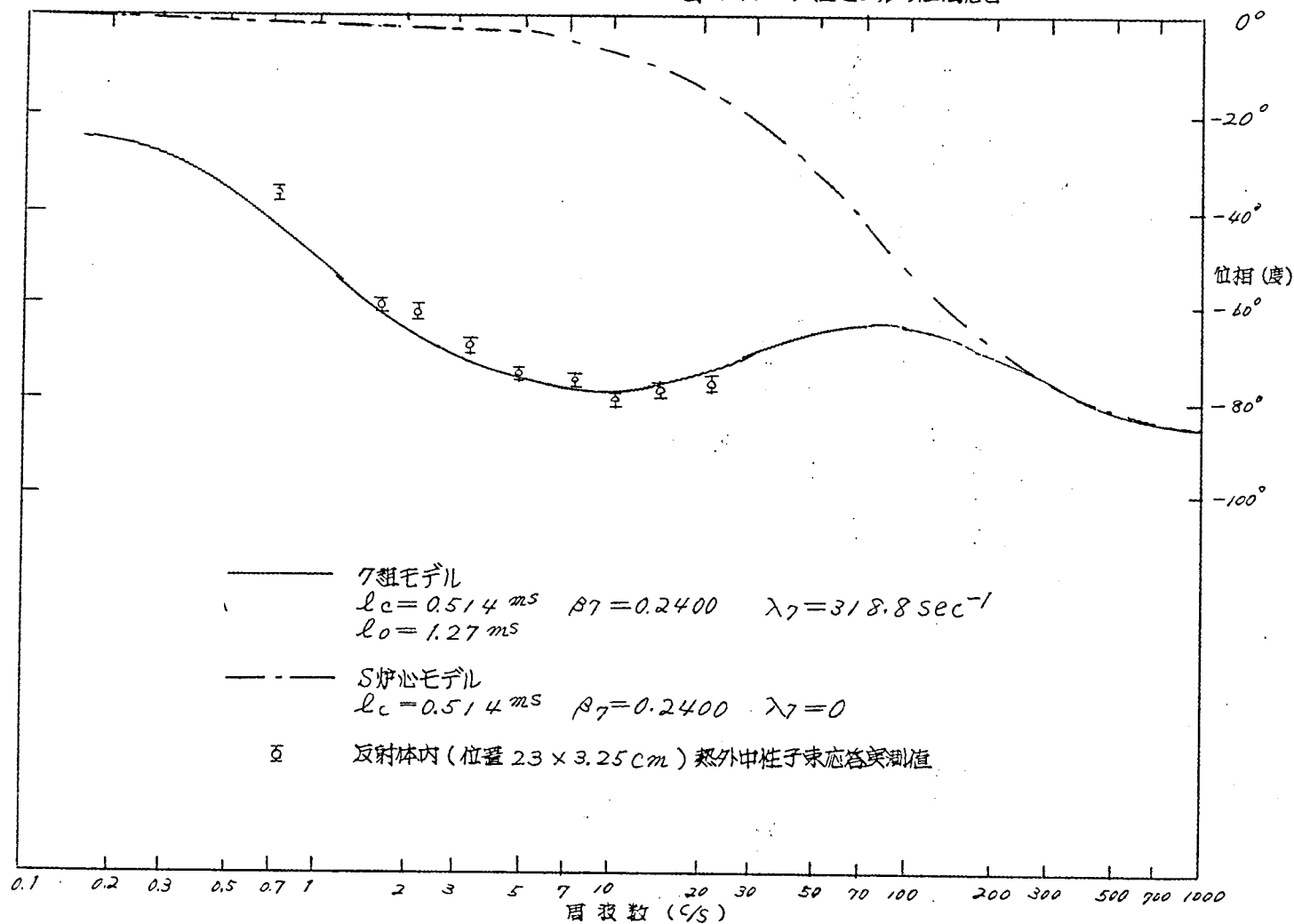
(3.3.2) 式の 7 組パラメータを用いて、7 組モデル (3.2.11) 式 (図 3.2.3 (a)) および  $S$  炉心モデル (図 3.2.3 (c) 参照) の周波数応答を ボード線図で示すと 図 3.3.2, 図 3.3.3 となる。同時に示した測定値は第 5 部の実験で、反射体中の熱外中性子束の測定値であり、20 % よりも低い周波数のデー

図3.3.2 7組モデルの振巾応答



ユーザーしかないので、少し不確かなところがあるが、7組モデルとよく一致している。

図3.3.3 K組モデルの位相応答

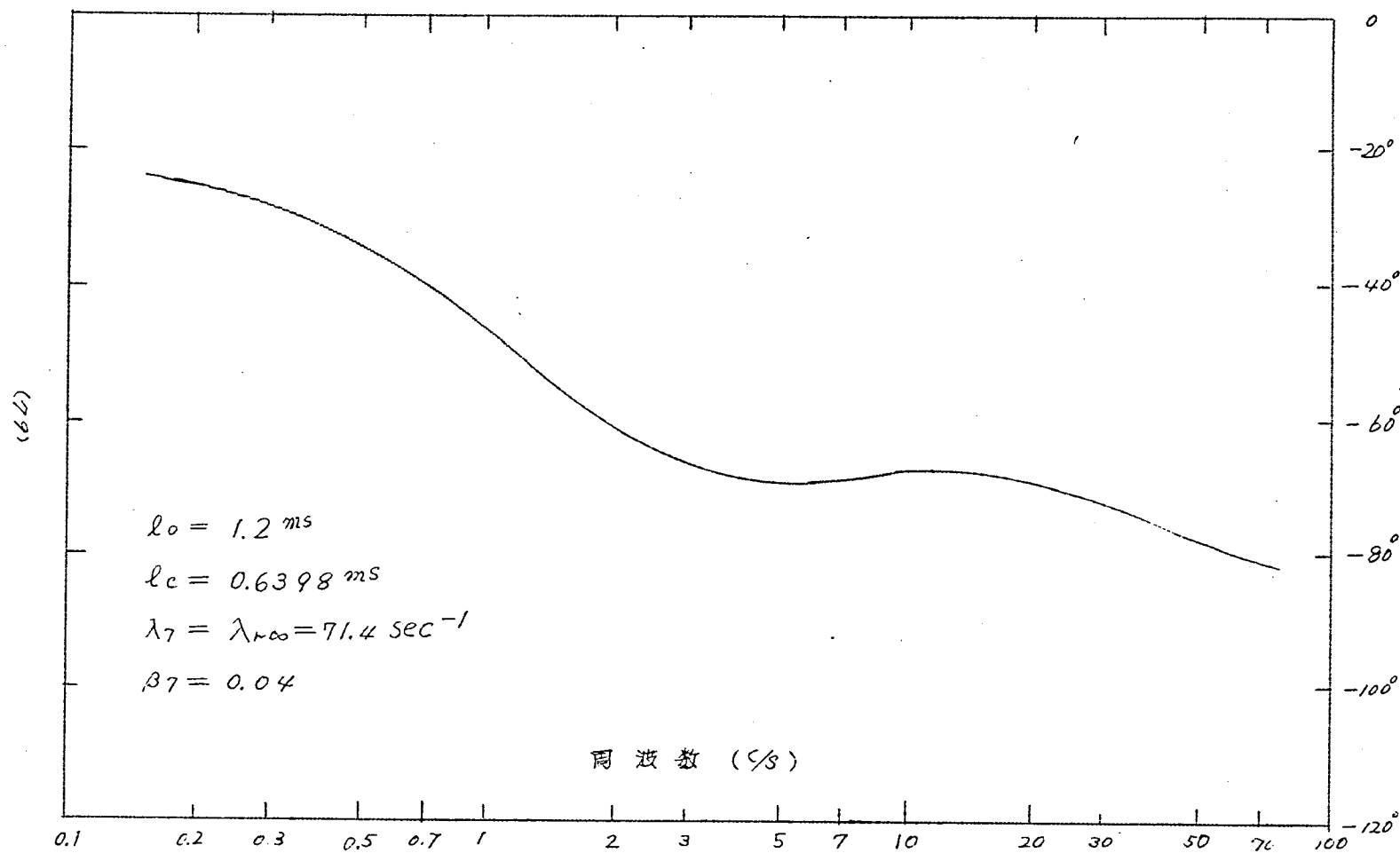


問題点としては、集中定数化の重み関数  $W(\Omega)$  のとり方が問題である。上の例では一定  $\equiv 1$  としたが、これはなるべく簡単な形に送んだということと、反射体中の熱中性子束の測定にとって炉芯の中性子のもつ重要度は、ほぼ一定であろうという推定以外に特別の根拠をもたない。 $W(\Omega)$  として随伴基本モードの形にとったりしたときは、 $\lambda_7$ ,  $\beta_7$  の値がかなり大きく変化する。例えば、一定中性子源  $S(\Omega) \equiv 1$ , 臨界随伴中性子束の形の重み  $W(\Omega)$  にとったとき

$$\lambda_7 = 0.35298 \text{ msec}^{-1} \quad \beta_7 = 0.68637 \quad \text{となった。}$$

これは根本的には、炉心反射体の領域が大きい上に、強い結合をしているためであろう。実際には 炉心 反射体の境界に近い部分で、相互に影響を与えあう局所的な効果はかなりあるらしい。その根拠として第5部でのべる測定実験のデーターでは 熱中性子束の位相曲線の 10 % 附近に小さな山（高さ約  $2 \sim 3^\circ$  位相進み）が観察されている。反射体から炉心へのフィードバック中に反射体全体でできまっている減衰（ $\lambda_7$ ）をうけと成分以外に反射体の炉心に接した部分からフィードバックされる（無限大の大きさの）反射体の特性でできまっている減衰成分（ $\lambda_{r\infty} = \frac{1}{\beta} \sum \alpha_i$ ）があるという仮説が立てうる。 $\lambda_{r\infty} \cong 11\%$  ぐらいなので この成分によるフィードバックは 15% 附近に位相の山を生じさせる。（図 3.3.4 参照）

図 3.3.4 無限大反射体フィードバックのある7組モデル位相応答



このような局所的な選定は、大きく2領域に分割するやり方では、充分モデル化されない。そこで重み関数として 随伴基本モードをとったりすると、例えば反射体内では、炉心との境界の部分に大きい重みがかかるので、上のような局所的効果が強調される一方、反射体全体として 炉心に与えている効果は小さく計算される。その結果  $\kappa$  値パラメターの値は かなり変化したものと思われる。

このことは 外部中性子源  $S(r)$  の形についても同様である。領域の数と多くすれば、この点は解決されるが、そのかわり領域の結合の仕方が複雑になり、単純化という利点は失われる。

この数値例のような 炉心反射体2領域の取扱いにはあまり適していないようである。もっと弱い結合をしている 結合炉などに対しては有効かもしれない。

## 結 論

部分領域内で平均化した中性子束の結合を考える 多異近似法に対して少数極展開法を応用し、種々の結合パラメターをきめた。

具体的な例として2群の炉心反射体領域の結合について適用し、いわゆる  $\kappa$  値平衡中性子モデルとの関連を明らかにした。

しかし 数値計算を行ったところ このような密な結合をしている大きい領域に対しては 平均化の重みのとり方について更に検討が必要であることがわかった。

## 第4部 中性子減速および熱化の時間依存問題に対する 少数極展開法の応用 (1)

### 緒 論

第2部、第3部では、 $\nu$ 以外の独立変数として 空間変数  $\mathbf{r}$  のみに限った取扱いをしたが、第1部の議論では  $\mathbf{r}$  は  $\nu$  以外の独立変数ならば何でもよい。

本研究では、これを エネルギー  $E$  にとり、エネルギー空間での動特性、つまり、媒質中での中性子の減速および熱化の時間依存問題について応用した。

最近 この問題に関連して、ボルツマン輸送方程式の固有値問題の理論的な研究がさかんに行われている。

第1部の少数極展開法を用いて一種の積分的な量であるノーマン級数を媒介にして 近似的な解が得られるので、固有値問題に対しては 直接解明を与える可能性は少ないが、実験的に求められる各種の時間依存量との比較が出来る可能性がある。

以下、まず基礎方程式と 少数極展開法による解についてのべ、簡単な数値例として、水素自由ガスモデルの場合の減速熱化の計算を行った。

# 第1章 基礎方程式の解と熱化時定数<sup>(1)</sup>

## 1.1 少数極展開法による解法

無限の大きさの媒質中に一様に打ちこまれた 高速のパルス中性子は媒質と衝突をくり返してエネルギーを順次失ってゆく(減速)。エネルギーが ほぼ  $e\tau$  以下に減速されると、熱運動をしている媒質から逆にエネルギーをもらう中性子が現われついに媒質と中性子が熱的平衡に達する(熱化)。このとき中性子速度は媒質の温度でさまるほどマックスウェル分布をしている。

この減速熱化を時間的に調べるために ボルツマンの輸送方程式

$$L(E)\phi(E,t) + S(E-E_0)\delta(t) = \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \phi(E,t) \quad (4.1.1)$$

$$L(E) = -\sum_s S(E) - \sum_a Q(E) + \int_0^{E_0} dE' \sum_s S(E' \rightarrow E) \quad (4.1.2)$$

を基礎方程式にとる。

作用素  $L(E)$  の固有値問題は複雑で通常の吸収のない媒質では ある値  $[\sum_s S]_{min}$  より 小さい固有値は離散的で  $[\sum_s S]_{min}$  に集積し、それより大きい固有値は連続的であるといわれている。<sup>(48)</sup>

ここでは、固有値問題には触れなくて 第1部の少数極展開法によって解がえられることを仮定して時間依存の中性子スペクトルの近似的なとき方をのべる。

(4.1.1) 式は第1部で対象とした基礎方程式の形をしているので、第1部の理論がそのまま使える。(4.1.1) 式を  $t$  についてラプラス変換すると

$$[L(E) - \frac{1}{v} S] \phi(E, S) + S(E-E_0) = 0 \quad (4.1.3)$$

パラメーター  $S$  に関するノイマン級数は

$$\phi(E, S) = \psi_1(E) + S\psi_2(E) + S^2\psi_3(E) + \dots \quad (4.1.4)$$

各係数は 定常状態の方程式

$$\left. \begin{aligned} L(E)\psi_1(E) + S(E-E_0) &= 0 \\ L(E)\psi_2(E) - \frac{1}{v} \psi_1(E) &= 0 \\ \vdots \\ L(E)\psi_{m+1}(E) - \frac{1}{v} \psi_m(E) &= 0 \\ \vdots \end{aligned} \right\} \quad (4.1.5)$$

をとり求められ、定常状態の中性子スペクトルを計算するコードがあればとける。

(4.1.4) 式から 近似解として 少数極展開



$$\overline{\Psi}_N(E, S) = \sum_{n=1}^N \frac{K_n(E)}{S + \tau_n(E)} \quad (4.1.6)$$

を求める手続は 第1部で詳しく述べた。またあるエネルギー感度  $\sigma(E)$  をもつ検出器の出力  $D(S)$  は、ノイマン級数 (4.1.4) 式の段階で  $\sigma(E)$  を重みとして集中定数化しておいて求める。

$$D(S) = d_1 + S d_2 + \dots + S^{n-1} d_n + \dots \quad (4.1.7)$$

$$d_n = \int_0^{E_0} \psi_n(E) \sigma(E) dE \quad (4.1.8)$$

また文献 (20) に記載されている Marshak らの行っている方法は (4.1.1.) の時間モーメント解  $\psi_1(E), \psi_2(E) \dots$  を求め、物理的考察から選んできたある試行関数で  $\psi_1(E), \psi_2(E) \dots$  が正しく与えられるようにパラメーターを調整してフィッティングするものである。このやり方は第1部でも触れたように試行関数の選び方を除いては、この少数極展開法と同じものである。また文献 (39) の Krieger らのやり方は、ノイマン級数 (4.1.4) 式までは同じであるが、これの数値的な逆ラプラス変換の仕方が詳しくわからないので比較出来ない。

## 1.2 熱化時定数

通常の場合では中性子スペクトルは充分長い時間たつと、作用素  $L(E)$  の最低固有値  $\lambda_1$  を減衰定数とし最低固有関数  $\phi_1$  ( $\cong$  マックスウエル分布) の形をしたまま  $e^{-\lambda_1 t}$  で減衰してゆく。中性子スペクトルは、基本モード  $\phi_1$  に向かって漸近し、しばらく時間がたつと 第2高次モード  $\phi_2(E)$  が  $e^{-\lambda_2 t}$  が基本モード  $\phi_1$  からのずれと見なせるようになるだろう。だから 中性子が熱化されるまでの一つの目安となる時間は  $1/(\lambda_2 - \lambda_1) = \tau_{th}$  でそれは媒質に固有のものであり、通常、その媒質の熱化時定数と呼ばれ<sup>(40)</sup> る。従来から、理論と実験をこの段階で比較していることが多い。

しかし 実際は固有値  $\lambda_1, \lambda_2 \dots$  は接近しており、さらに連続固有値が現われるとすさまじく並ぶ。だから基本モードに向かって単一の指数関数状に減衰する漸近モードはすぐには現われず 現われるには パルス中性子を打ちこんでかなりの時間が必要になる。<sup>(38)</sup> もし実験で これよりも短い時間内で (データーに統計的バラツキが現われた場合はなおさら) 漸近モードが存在していると思ってしまうと、こうして得られた  $\tau_{th}$  は  $\lambda_2 - \lambda_1$  に関連するものではなく、もっと多くの高次 (連続) 固有値の「平均的な固有値」というべきものを測

つたことになってしまう。(註1)

一方前述の少数極展開法で  $N = 2$  とした場合を考えると

$$\bar{\epsilon}_2(E, S) = \frac{K_1(E)}{S + \gamma_1(E)} + \frac{K_2(E)}{S + \gamma_2(E)} \quad (4.1.9)$$

第1項は基本モードの減衰を、第2項は基本モードからの等価なずれを表わし、 $\gamma_2(E)$  が「等価な高次固有値」に類似のものになっている。しかし実験での等価性は、データーのフィッティングの仕方や個々の実験の事情によってさまざまののに対し、この2極展開の等価性は、厳密解の0～3次時間モーメントが正しく表わされるように定められている。

だから、少数極展開(4.1.9)式と実験結果が熱化時定数について合致するという根拠はない。

このことは文献(47)に記載されている von Dardel のモデルについても同様である。このモデルは中性子のガスの温度  $T(t)$  を定義して、これと媒質の間で熱伝達が生ずるとするモデルで、その熱伝達係数の逆数から熱化時定数  $\tau_{th}$  を求めるものである。すなわち

$$\frac{dT(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau_{th}} \left\{ T(t) - T(t=\infty; \text{equilibrium}) \right\} \quad (4.1.10)$$

von Dardel は単原子ガスモデルの場合について  $\tau_{th}$  を求める式を導いているが、この導出のときに定常値へ漸近しつつあることを前提にして、近似  $T(t) - T(t=\infty) \ll T(t=\infty)$  を行っており、この近似によって上述の等価性が規定されてしまい、実験値と合致するという保証はなくなってしまうものと思われる。

このため、次章では、熱化時定数で比較することを目指す。むしろ時間依存スペクトルや非  $1/2$  検出器の出力などについて数値計算し、報告されている若干の実験結果と比較する。

(註1) 実験技術が進歩するにつれて  $\tau_{th}$  の測定値が大きくなっていったのはそれと裏付ける様に思われる。

## 第2章 水素自由ガス中での時間依存減速，熱化の数値計算

標榜は簡単な例として水素自由ガスモデルをとり，<sup>(57)</sup> 1.11 KeV パルス中性子の減速，熱化について計算した。

2. 減速領域 ( $4.835 \text{ eV} = E_c < E < E_0 = 1.11 \text{ KeV}$ )

1.11 KeV の単一エネルギーのパルス中性子源に対する応答を計算する。

方程式は

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \phi(E, t)}{\partial t} = -[\Sigma_s + \Sigma_a(E)] \phi(E, t) + \int_{E_c}^{E_0} \frac{\Sigma_s}{E'} \phi(E', t) dE' + S(E - E_0) S(t) \quad (4.2.1)$$

計算方法は組分け近似とする。1.11 KeV  $\sim$  4.835 eV を  $\Delta = 0.21753$  の26の等レサージ面隔に分割する。 $\Sigma_a$  は  $1/v$  吸収のみ，散乱断面積  $\Sigma_s$  は一定とする。

$E < E_c$  の領域に現われる  $E_c < E < E_0$  の  $\phi(E, t)$  による減速中性子源は，

$$S'(E, t) = \int_{E_c}^{E_0} \frac{\Sigma_s}{E'} \phi(E', t) dE' \quad (4.2.2)$$

である。

(4.1.5) 式に対応して

$$\left. \begin{aligned} -[\Sigma_a(E) + \Sigma_s] \psi_1(E) + \int_{E_c}^{E_0} \frac{\Sigma_s}{E'} \psi_1(E') dE' + S(E - E_0) &= 0 \\ -[\Sigma_a(E) + \Sigma_s] \psi_m(E) + \int_{E_c}^{E_0} \frac{\Sigma_s}{E'} \psi_m(E') dE' - \frac{1}{v(E)} \psi_{m-1}(E) &= 0, m \geq 2 \end{aligned} \right\} (4.2.3)$$

とする。このとき速度を  $\text{cm}/\mu\text{sec}$  の単位にしたので，最終結果では時間の単位は  $\mu\text{sec}$  になっている。また  $1/v$  吸収  $\Sigma_a$  は実際の  $\text{H}_2\text{O}$  の量の10倍とした。これは熱化領域との境界  $E = E_c$  で， $\psi_1 \sim \psi_m$  のくり返し計算を行なううちにスペクトルに段がつくことを出来るだけおさえるためである。一般に  $1/v$  吸収  $\Sigma_a$  を  $n$  倍して問題をといたとき解  $\phi'(t)$  を得たとすると， $n$  倍しないときの解  $\phi(t)$  は，

$$\phi(t) = \phi'(t) e^{(n-1)\alpha t} \quad \alpha = v \Sigma_a \quad (4.2.4)$$

であるから、この場合は、 $e^{\rho \alpha t}$  をかければ、無限大体系の  $H_2O$  の場合の正しい中性子スペクトルをうるわけである。

(4.2.3) 式でできた  $\psi_1(E) \cdots \psi_m(E)$  から、減速中性子源のノイマン係数

$$S_m(E) = \int_{E_c}^{E_0} \frac{\Sigma_s}{E'} \psi_m(E') dE' \quad (4.2.5)$$

を求めておく。数値は

$$\Sigma_s = 1.3852 \text{ cm}^{-1}, \quad \Sigma_a = 0.022217 \text{ cm}^{-1} \quad (\text{ただし } v = 2.2 \times 10^5 \text{ cm/sec において})$$

$$\alpha = 4887.8 \text{ sec}^{-1}$$

とした。計算は KDC-1 用減速スペクトル計算コード "NESE" で行なった。

2.2 熱化領域 ( $0.00017548 \text{ eV} = E_1 < E < E_c = 4.835 \text{ eV}$ )

方程式は

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(E, t)}{\partial t} = -[\Sigma_a(E) + \Sigma_s] \phi(E, t) + \int_0^{E_c} \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(E', t) dE' + S(E, t) \quad (4.2.6)$$

である。ただし  $S(E, t)$  は (4.2.2) 式の減速中性子源である。

用いた計算コードは日本原子力研究所のコード "TH-V" (41) である。散乱断面積は一定とし散乱核  $\Sigma_s(E' \rightarrow E)$  は水素自由ガスモデルである。媒質の温度は  $293^\circ K$  とし水素原子核の質量  $M = 1.0$  および仮想的な質量  $M = 1.9$  をとった。 $M = 1.9$  に確実な根拠はない (*Brown and St. John* のモデル (42) では自由ガスモデルを改良して  $E > 0.226 \text{ eV}$  では  $M = 1.0$ ,  $E < 0.226 \text{ eV}$  では  $M = 1.9$  としている。一方この計算では  $E > E_c = 4.835 \text{ eV}$  で  $M = 1.0$ ,  $E < E_c$  で  $M = 1.9$  となるため *Brown and St. John* のモデルをとったことにはならない。)

$4.835 \text{ eV}$  から  $0.00017548 \text{ eV}$  まで  $\Delta E = 0.21753$  の 47 の等レサージ間隔のメッシュポイントをとる。吸収は実際の  $H_2O$  の 10 倍、速度は  $\text{cm}/\mu\text{sec}$  の単位である。

(4.2.3) 式に対応して

$$\left. \begin{aligned} -[\Sigma_a(E) + \Sigma_s] \psi_1(E) + \int_0^{E_c} \Sigma_s(E' \rightarrow E) \psi_1(E') dE' + S_1(E) &= 0 \\ -[\Sigma_a(E) + \Sigma_s] \psi_m(E) + \int_0^{E_c} \Sigma_s(E' \rightarrow E) \psi_m(E') dE' - \frac{1}{v(E)} \psi_{m-1}(E) + S_m(E) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.2.7)$$

(86)

がノイマン級数をきめる。

### 2.3 時間応答の計算

こうして  $E_1 < E < E_0$  の全エネルギーにわたって中性子スペクトルのノイマン級数が求まる。

また、(4.1.7) 式の検出器出力に対するノイマン級数も求めた。 $\phi(E)$  としては  $1/E$ ,  $1/v(E)$ ,  $Cd(E)$ ; カドミウム吸収断面積,  $G_d(E)$ ; カドリニウム吸収断面積をとった。

$\psi_m$  は  $m=1 \sim 10$  まで計算し、 $\lambda$  極へ5極展開まで行い (4.1.6) 式の逆変換

$$\Phi_N(E, t) = \sum_{i=1}^{\ell} K_i e^{-T_i t} + \sum_{i=1}^h \lambda_i e^{-\alpha_i t} (R_i \cos(\beta_i t) + S_i \sin(\beta_i t)) \quad (4.2.8)$$

ただし  $\begin{cases} \text{オ1 項は実数の } K_i, T_i \text{ について計算} \\ \text{オ2 項は複素数の } K_i = r_i \pm j s_i, T_i = \alpha_i \pm j \beta_i \text{ について計算} \\ N = \ell + 2h \end{cases}$

として実時間領域のパルス応答を求めた。各々、 $26 + 47 = 73$  メッシュポイントのエネルギーの中性子スペクトルおよび4種の検出器応答を  $t = 0 \sim 100 \mu\text{sec}$  の時間領域にわたって計算した。

得られた  $1/v(E)$  検出器および  $1/E$  検出器の時間応答から  $1/v$  フィルター法による実効中性子温度の時間応答を求めた。詳細は文献 (43) にゆずるが、 $1/v$  フィルターをかけたときの  $1/v$  検出器の応答と、 $1/v$  フィルターをかけない場合のそのの応答の比からフィルターの透過率の時間応答を求め、それから一次近似として実効中性子速度と実効中性子温度を求めるものである。結局、実効中性子温度は、

$$T(t) = \frac{2 \times 1.128^2}{mK} \left( \frac{\int_{E_1}^{E_0} \frac{\phi(E, t)}{v(E)} dE}{\int_{E_1}^{E_0} \frac{\phi(E, t)}{E} dE} \right)^2 \quad (4.2.9)$$

$K = 0.86167 \times 10^{-4} \text{ (eV/}^\circ\text{K)}$ ; ボルツマン定数

$m = 1.0331 \times 10^{-12} \text{ (eV}^2\text{sec}^2/\text{cm}^2)$ ; 中性子質量

として計算できる。

また計算のチェックの目的で減速時間の一次モーメントを求めた。エネルギー  $E$  までの減速時間の一次モーメントは、エネルギー  $E$  での減速密度を  $q(E, t)$  とすると

$$\langle \tau \rangle_E = \frac{\int_0^\infty t q(E, t) dt}{\int_0^\infty q(E, t) dt} = - \frac{\alpha \int_0^E \frac{\psi_2(E')}{v(E')} dE' + \int_0^E \frac{\psi_1(E')}{v(E')} dE'}{\alpha \int_0^E \frac{\psi_1(E')}{v(E')} dE'} \quad (4.2.10)$$

$$\alpha = v \sum a$$

で与えられる。<sup>(44)</sup>

充分長い時間たったとき、基本モードは  $e^{-\alpha t}$  で減衰してゆく。  $\alpha$  は  $vL(E)$  の最低固有値入、になっている。また  $\alpha$  は充分大きい  $m$  の値に対してノイマン級数の係数の比  $|\psi_{m-1}/\psi_m|$  になって現われているが、入力した  $\alpha$  よりも 0.5% 程度異っていたので、(4.2.10) 式の計算では、このコードに実効的に入力されたと考えられる  $|\psi_{m-1}/\psi_m| = \alpha$  を採用した。

水素原子の質量  $M = 1.0$  としたときの  $\langle \tau \rangle_E$  を表 (4.2.1) に示す。なお炭素原子  $M = 12.0$  とした場合 (散乱核は自由ガス近似) も共に示しておく。

表 4.2.1 1.1 KeV パルス中中性子の減速時間の一次モーメント (単位  $\mu\text{sec}$ )

エネルギー eV	4.337	0.785	0.761	0.339	0.188	0.2063	0.2	注
H <sub>2</sub> 自由ガス $M=1.0$ $T=293^\circ\text{K}$	0.48		1.15		1.80	2.26		筆者による
H <sub>2</sub> 自由ガス $M=1.0$ $T=293^\circ\text{K}$		1.19		1.86				Ghatak らによる <sup>(註1)</sup>
H <sub>2</sub> O 実測値							267±0.4	Möller らによる <sup>(註2)</sup>
C自由ガス $M=12$ $T=293^\circ\text{K}$			25.86		42.01	54.3		筆者による
C自由ガス $M=12$ $T=300^\circ\text{K}$			28.5		45.0	56.8		フェルミスハクトルを仮定 金子らによる <sup>(註3)</sup>

(4.2.10) 式で  $\langle \tau \rangle$  の計算をするとかなりはげしい桁落ちがおこり、 $\alpha$  が 0.5% 程度異っても、 $\langle \tau \rangle$  は、1.2% 程度も異なる。筆者の得た結果はやはり目に出ているが、入力したデータや計算方法についてもっと詳しい検討をしないと比較が出来ない。

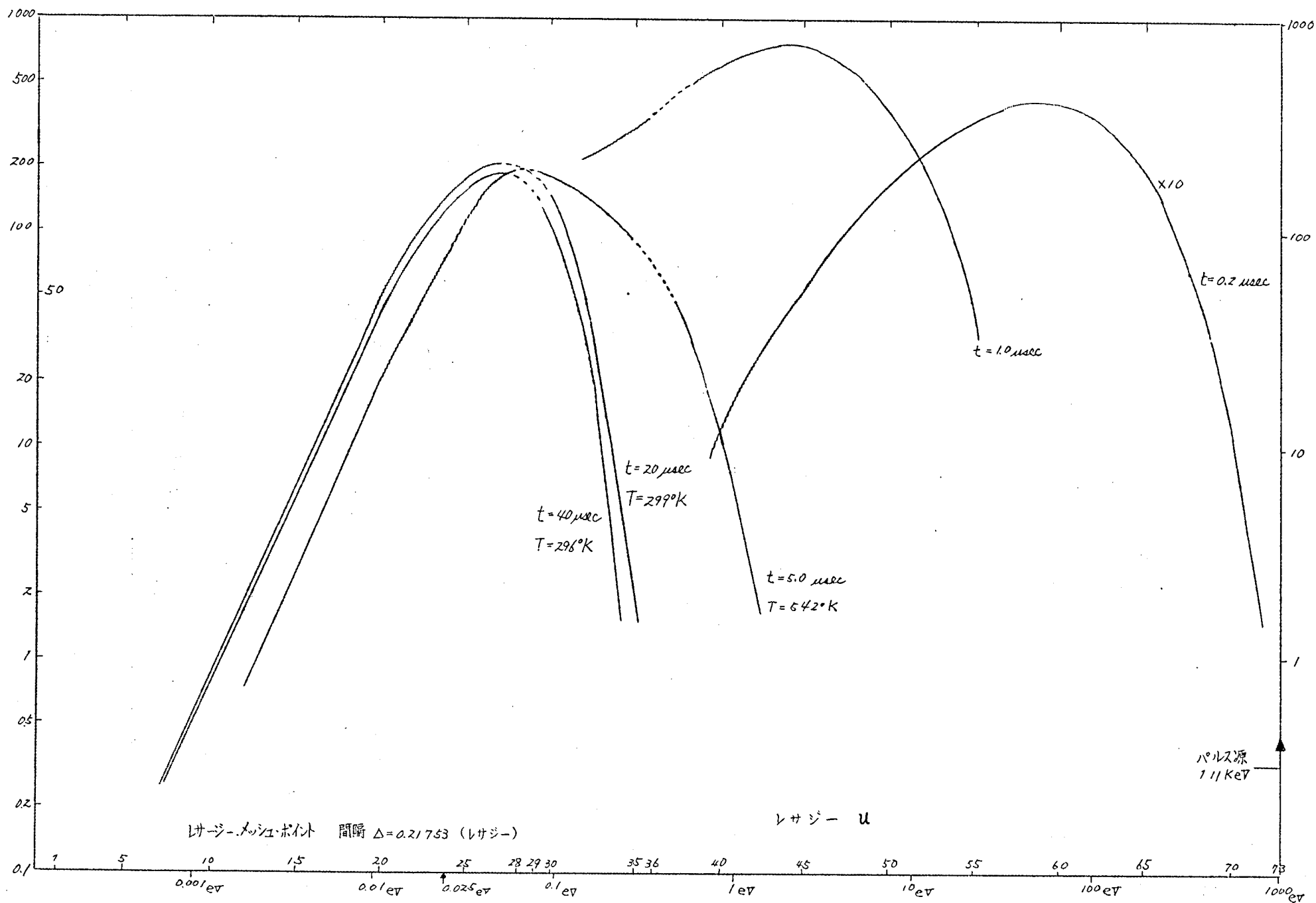
水素自由ガス  $T=293^\circ\text{K}$ ,  $M=1.0$  無限大体系の場合の極限を用いて求め

(註1) ボルツマン方程式の直接時間積分による<sup>(44)</sup>

(註2) 14 MeV から 1.1 KeV までの約 0.03  $\mu\text{sec}$  を引算してある。<sup>(46)</sup>

(註3) 14 MeV から 1.1 KeV までの約 0.8  $\mu\text{sec}$  を引算してある。<sup>(45)</sup>

図4.2.1 時間依存中性子束:  $\Phi_z(u, t)$ ;  $z$  極展開



た時間依存スペクトル  $\Phi_s(u, t)$  の一例を図4.2.1に示す。時間がたつにつれてスペクトルの山が低い方へ動いてゆき、熱化領域に入ってマックスウェル分布に漸近してゆくのがわかる。 $\Phi_s(u, t)$  は、

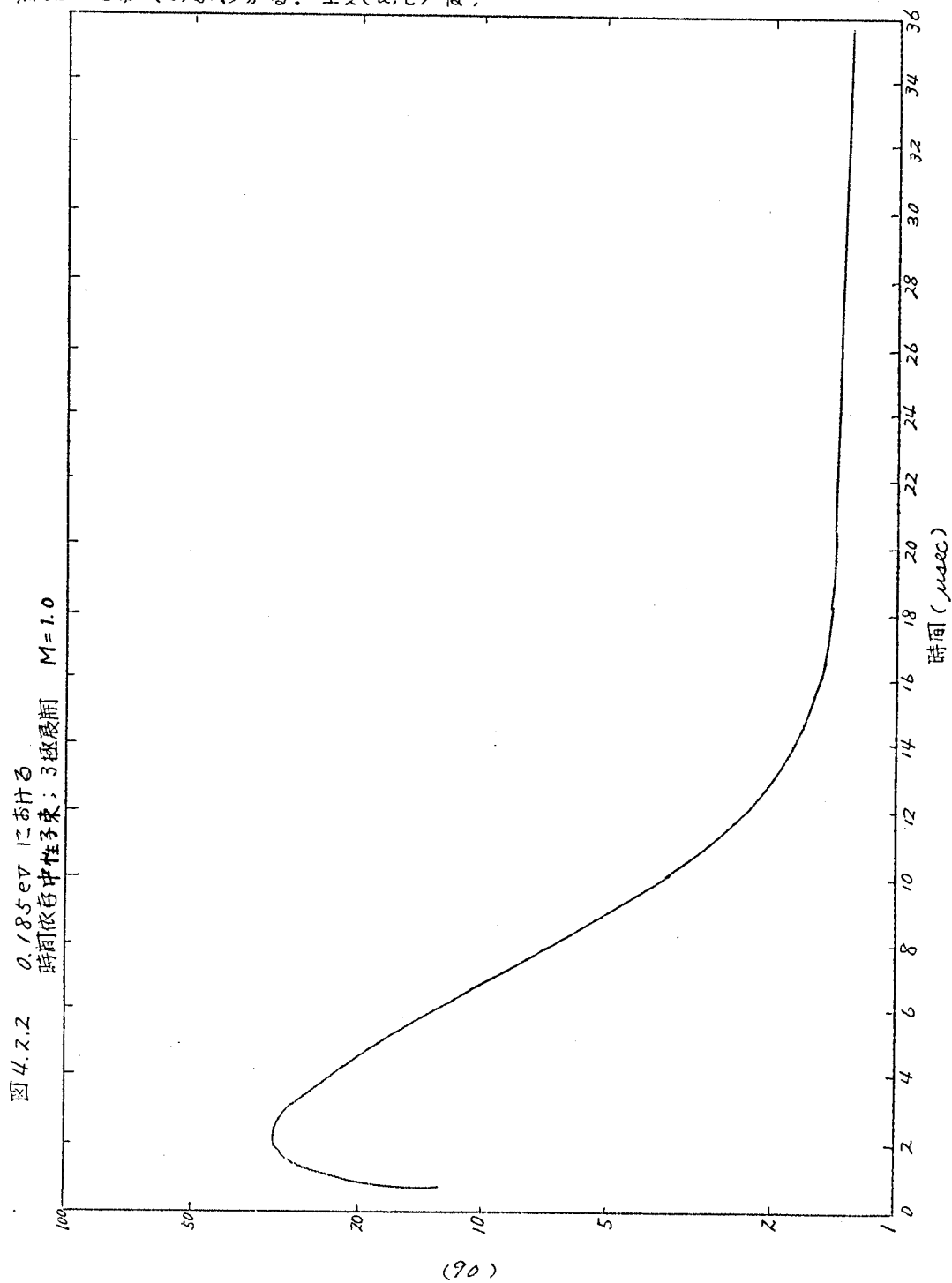




図 4.2.3 CdおよびGd 放射化時間応答；2極または3極展開

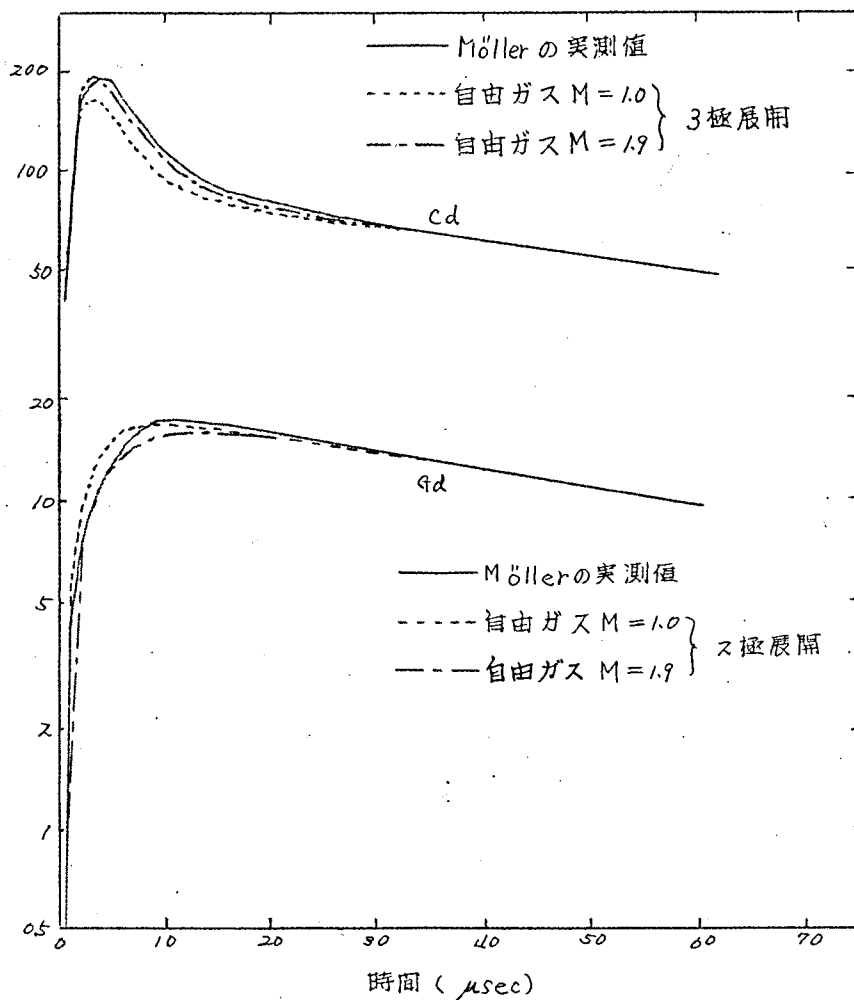
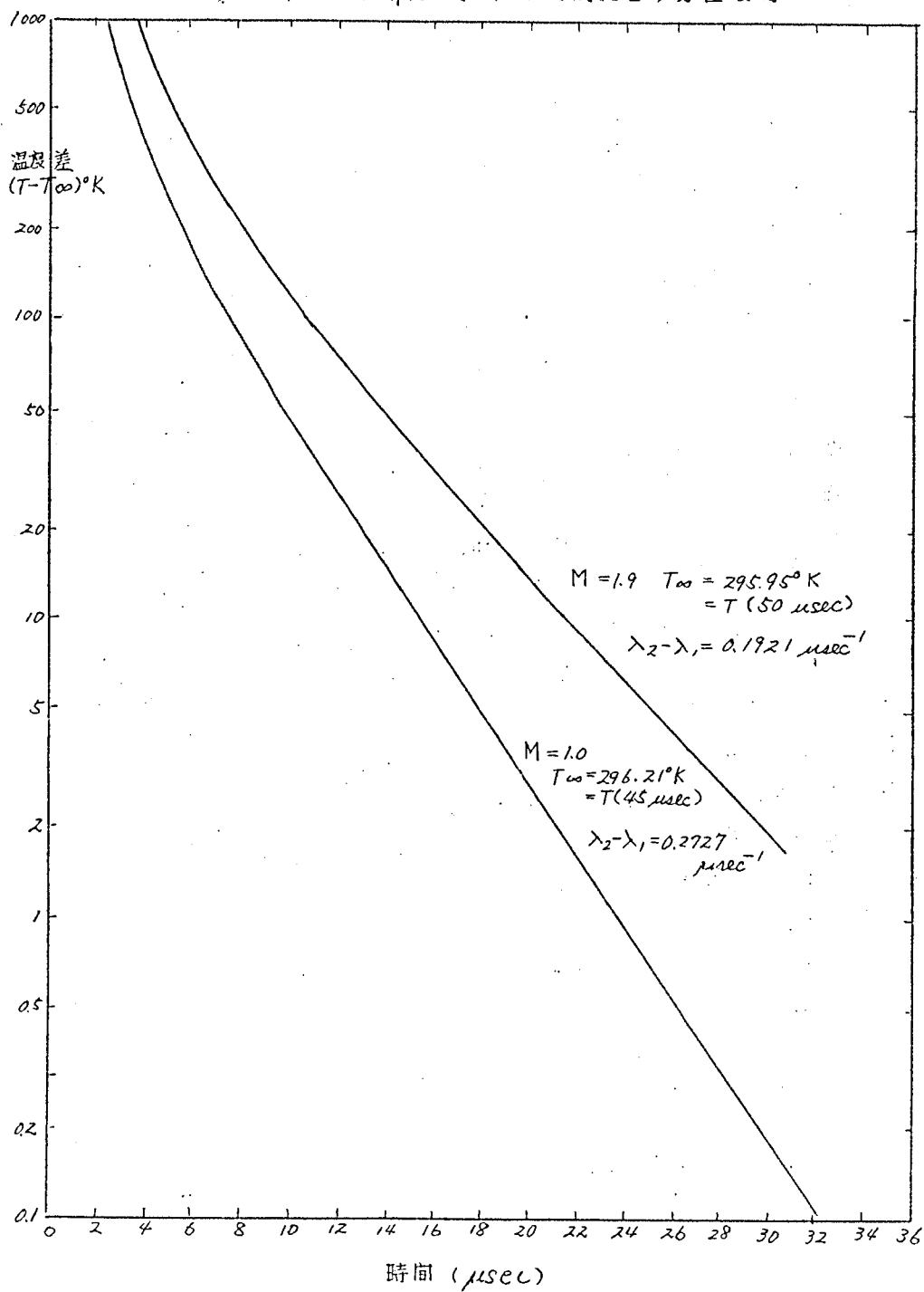


図 4.2.4 中性子温度と定常温度の差の時間応答；2 極展開



$$\pi_2(u, t) = K_1(u) e^{-\tau_1(u)t} + K_2(u) e^{-\tau_2(u)t} \quad (4.2.11)$$

なおオス8, ス9, 36 レサジーメッシュポイント(それぞれ0.0624, 0.0765, 0.365 eV)において $\tau_2(u)$ が負となり, ス極展開は失敗している。これらの点で $K_2(u)$ ,  $\tau_2(u)$ 共に特異性があるらしく(図4.2.5(b)参照), ス極展開が困難になっているのであろう。

図4.2.2は, 0.185 eV( $\cong$  Cd の共鳴エネルギー = 0.178 eV)における中性子束の時間応答を示す。吸収は実際の $H_2O$ の値であり,  $T = 293^\circ K$ ,  $M = 1.0$ , 3極展開を行っている。

図4.2.3は $T = 293^\circ K$ ,  $M = 1.0$ および $M = 1.9$ のときのCdおよびGdの放射化( $n, \gamma$ )の時間応答を示す。<sup>(註1)</sup> 実験で示したのはMöllerとSjöstrandによって測定されたもので, パルス中性子を軽水中に打ち込んだときの, CdおよびGdの中性子捕獲 $\gamma$ 線の時間応答である。<sup>(46)</sup> 自由ガス近似で散乱断面積一定の近似なので, あまりよい一致は期待出来ないと思われるが, それでもかなりよく一致している。実験値よりも計算値の方が山が早く現われることの定性的な説明は自由ガスモデルでは化学的結合が無視されており, 減速が水分子の場合より早く起きるためである。(Cdの応答曲線の山が低いのは中性子が水分子の場合に比してCdの共鳴領域から早く姿を消すからであり, Gdの応答曲線が実験値よりも早い立上りを示すのも, 中性子がより早く減速されてGdの共鳴領域( $\cong$ 熱領域)に入ってくるためである。)  $M = 1.9$ と質量を大きくすると減速は少しおそくなり, より実験値に近づく。

図4.2.4は(4.2.9)式の実効中性子温度 $T(t)$ と, その定常温度 $T_\infty$ の差を示す。 $t = 45 \sim 50 \text{ } \mu\text{sec}$ の温度を $T_\infty$ にしている。充分長い時間たつとスペクトルの形は基本モードの形を採ち,  $T(t)$ は一定 $T_\infty \cong$ 媒質の温度となる。熱化時定数は中性子温度が $T_\infty$ に漸近してゆくときの時定数と考えられ<sup>(47)</sup> (4.1.10)式の解として

$$T(t) - T_\infty \propto e^{-t/\tau_{th}} \quad (4.2.12)$$

をうる。 $\tau_{th}$ は図4.2.4の漸近線の勾配から求められ

$$\tau_{th} = 1/(\lambda_2 - \lambda_1)$$

となる。計算はス極展開とし, えられた $\lambda_2 - \lambda_1$ ,  $\tau_{th}$ を, すでに報告されている若干の計算例と共に表4.2.2に示す。

(註1) 漸近曲線が実験値のそれと合致するように計算値に $a e^{bt}$ の形の関数をかけてある。

表 4.2.2 熱化時定数の比較

M	$\lambda_2 - \lambda_1, \mu\text{sec}^{-1}$	$\tau$ th $\mu\text{sec}$	註
1.0	0.2727	3.67	水素自由ガスモデル } 筆者による
1.9	0.1921	5.21	
1.0	0.2776	3.60	水素自由ガスモデル } Ghatak and Nelkin モデル } Honeck による <sup>(註1)</sup>
	0.1772	5.64	
	$0.244 \pm 0.024$	$4.1 \pm 0.4$	Möller and Sjöstrand による実験値 <sup>(46)</sup>

$M=1.0$  では大体よく一致している。 $M=1.9$  とすると熱化時定数は大きくなってくる。*Nelkin* モデルの値と同じぐらいにするためにはもっと実験値を大きくする必要があるが、*Möller* の実験値と等しくするためには、 $M=1.9$  は大きくしすぎである。

いずれにしても前章で述べたように熱化時定数で比較するのは、あまり意味がないかもしれない。3極展開以上の近似では、精度がほとんど向上していない。また、励起振巾は小さいが負の減衰定数が現われたりしている。

これはオノ部オノ章で述べたようにノイマン級数の精度(有効5桁)によっておこされたためであろう。

図 4.2.5 (a)(b) はス極展開の (4.2.11) 式のパラメータ  $K_1(u)$ ,  $\tau_1(u)$ ,  $K_2(u)$ ,  $\tau_2(u)$  を示す。 $K_1(u)$  はほぼマックスウェル分布をし、 $\tau_1(u) \cong \alpha$  は、その減衰定数である。 $K_2(u)$ ,  $\tau_2(u)$  は高次モードの影響を等価に代表したものと思われる。メッシュポイント 28, 29 付近で  $\tau_2(u) < 0$ ,  $\tau_1(u) < \alpha$  となり、 $K_2$ ,  $\tau_2$  に特異性が現われているらしくス極展開が失敗している。また、 $\tau_2(u)$  が前に求めた  $\lambda_2$  に等しくなるエネルギーはほぼ平均エネルギー  $0.025\text{eV}$  になっているのが注目されるが、高次モードの効果は連続固有値と密接に関連しているものと思われ、元方程式の固有値問題をよく調べて、検討する必要がある。なおレサジーメッシュポイント 28 以上の高エネルギー領域  $E > 0.5\text{eV}$  ではパラメータはすべて複素数になっている。これは減速領域 ( $E > 0.5\text{eV}$ ) での中性子束の応答は図 4.2.2 のような大きい山が現われた後、急に減衰してしまうので振動的な近似解が適しているからであろう。各検出器の出力のパラメータはすべて実であった。

(註1) 数枚紙を 30~50 元のマトリックス(差分の作用系)にしてその固有値を数値的に求めたもの<sup>(38)</sup>

図 4.2.5 (a) 中柱子束のミ極展開の  $K_1(u)$

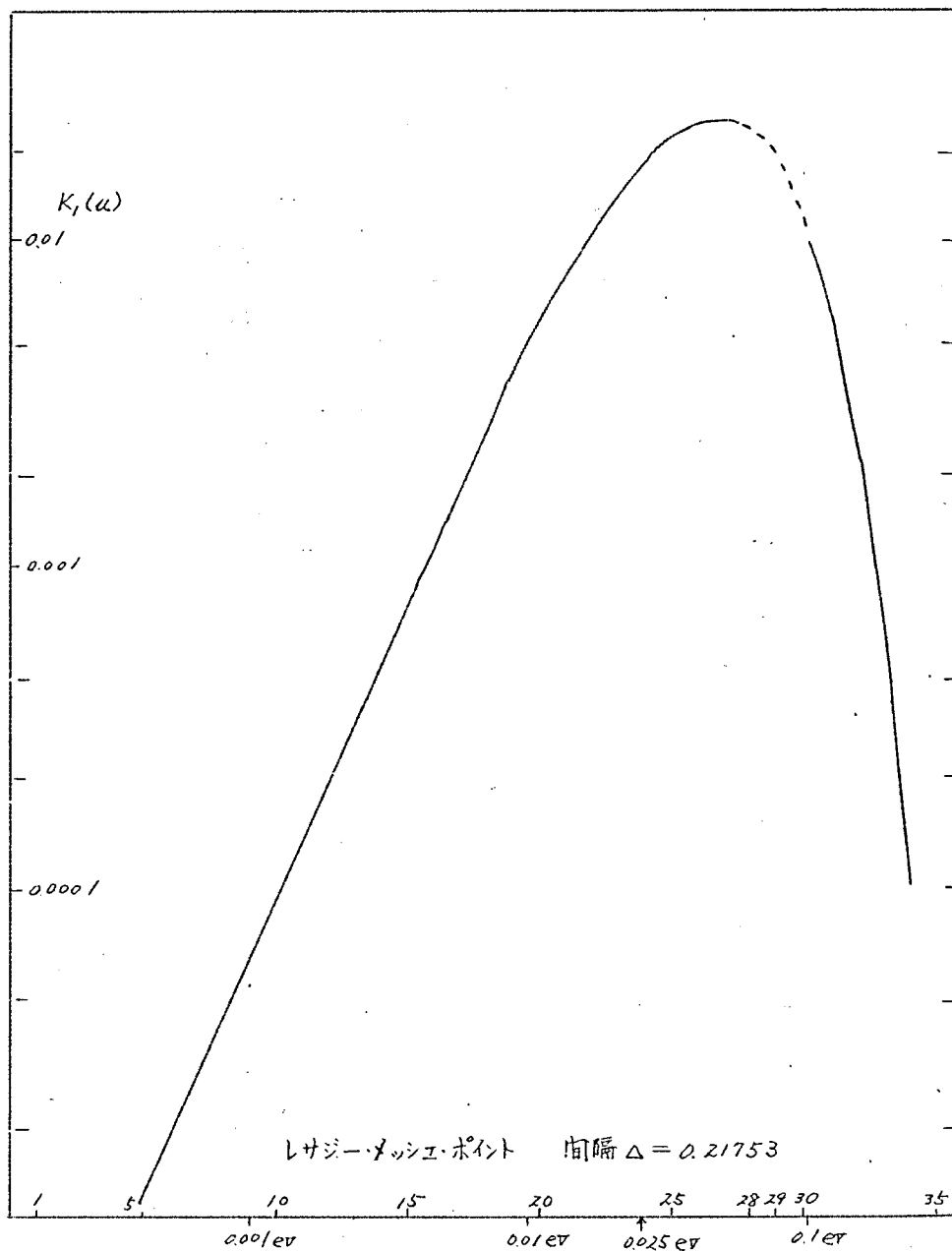
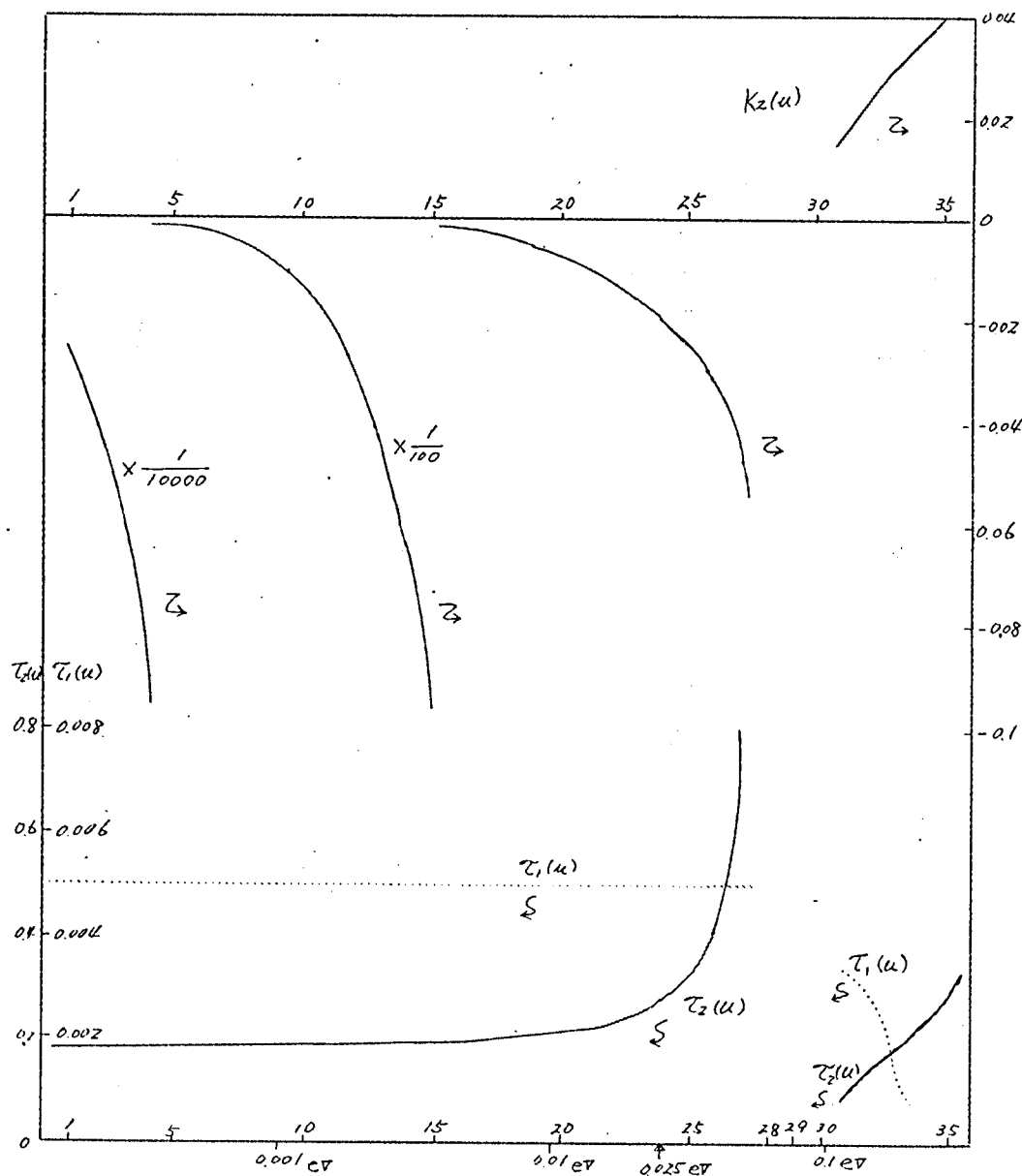


図4.2.5 (b) 中性子束の2極展開の $\tau_1(u)$ ,  $K_2(u)$ ,  $\tau_2(u)$



## 結 論

採算中に打込まれた高速パルス中性子の時間依存減速熱化の問題に少数極展開法を応用し、水素自由ガスモデルの場合について数値計算した。実験値との比較のためには、3極展開以上の高精度計算と Nelkin の散乱核モデルなどについて行うことが必要であろう。

この分野では理論と実験の一致があまりよくなく、まだ問題が残されている。これは、固有値が接近していて、高次の漸近モードが現われにくいのに、充分分離可能な高次漸近モードがあるとする仮定の下に理論計算や実験値のデーター処理が行われているためと思われる。

その上、熱化時定数の定義があいまいであるが、 $\tau_{th} = (\lambda_2 - \lambda_1)^{-1}$  とするならば、熱化時定数が熱化するに要する時間の目安となるのは、やはり上のような仮定が前提にあって、はじめて出来ることである。このため熱化時定数の測定および計算の段階で両者を比較することが疑問視される。

しかし、もとの方程式の直接時間微分と実験で求めた種々の時間応答と比較しモデルを改良してゆくことが考えられる。このとき直接積分というかなり不経済な方法に比べて、この少数極展開法による方がはるかに経済的であり（オス章の計算は散乱核の計算も含めて IBM 7090 に換算して5分以内）今後実験の解析、散乱核モデルの改良の面に使用して有効である。しかし熱化の固有値問題の解明にはあまり役に立たないであろう。

## 第5部 原子炉空間依存伝達関数のパイルオッシレーター 法による測定実験<sup>(23)(24)(49)</sup>

### 緒 論

空間依存伝達関数の理論的研究は多く発表されているが、実験による測定はあまりなされていない。実験方法としては次のようなものが考えられる。<sup>(52)(53)</sup>

#### (i) 変調中性子源による方法

加速器を正弦波で変調し、熱中性子化減速板を経させて、正弦波状の熱中性子源を炉内に作り中性子束を測定して中性子源伝達関数の周波数応答を得る。

#### (ii) パイルオッシレーターによる方法<sup>(54)</sup>

Cdなどの吸収物質を機械的に変位、回転させて、周期的な熱中性子源に相当するものを作り、同じく周波数応答を得る。

#### (iii) パルス中性子源による方法<sup>(55)</sup>

加速器でパルス状に中性子を発生させて熱中性子化減速板を通して熱中性子源を得、中性子束のパルス応答を求め、これを数値的にフーリエ変換して周波数応答とするもの。

#### (iv) 炉雑音を測定する方法<sup>(53)</sup>

入力はパイルオッシレーターと似ているが、周期関数の代りに擬似ランダム信号（バイナリーノイズ）とし、いくつかの測定点の中性子束を測って入力との相互相関をとるもの

(i)(iii)は数K%の高周波まで測定できるが、未臨界の体系にしか使えない。体系を大きく乱さない。装置は比較的高価である。(ii)(iv)は臨界の体系にしか使えず機械的制約から数10%までしか測定出来ない。体系を大きく乱すことがある。装置は比較的安価であるという特徴を有する。

本研究では昭和39年9月および40年9月、2回にわたってパイルオッシレーター法によって、日本原子力研究所平均黒鉛減速濃縮ウラン臨界集合体“SHE”（Semi-Homogeneous Experiments）の空間依存伝達関数の測定を行った。昭和39年度の実験は統計的誤差が大きく予備実験程度にとどまった。ここでは昭和40年度の実験について述べる。まず実験装置と測定方法についてのべ、次に解析方法とその精度についてのべる。最後にえられた実験結果とそれについての若干の検討を示す。



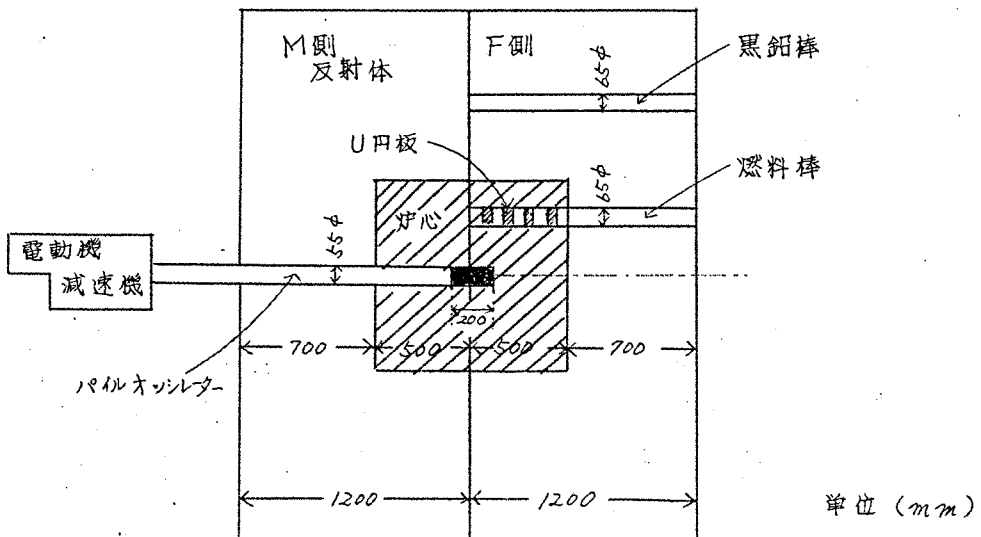
# 第1章 測定実験の概要

## 1.1 “SHE”臨界集合体<sup>(25)</sup>

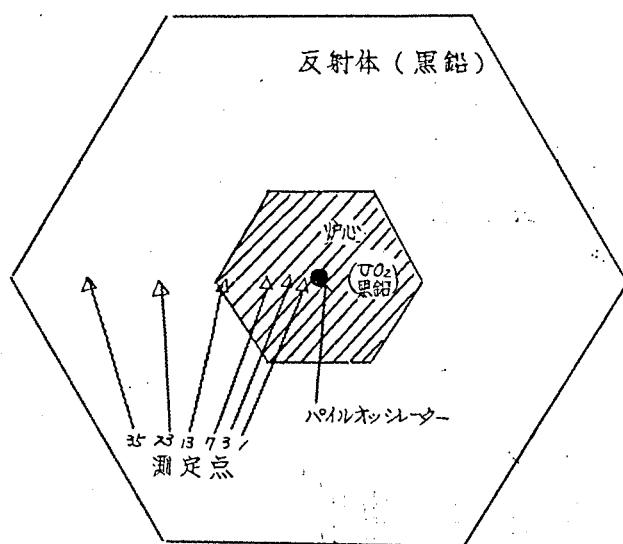
SHE 臨界集合体は黒鉛を減速材とし 20%濃縮UO<sub>2</sub>を燃料とする臨界実験装置で黒鉛および燃料は0.5または1cm厚、4.5cm直径の小さな円板が単位となっていて、これらの配置を変えることにより、広範囲の混合比や非均質性が実現出来る。

臨界装置は、いわゆるハーフ・マシン型 (*half machine type*) で燃料棒および黒鉛棒を図5.1.1 (b) に示すように六角形状につみ上げてあり、中央の部分はマトリックス管となっていて燃料棒を挿入して炉心を構成することが出来る。図5.1.1 (a) のように二つの六角形状の集合体 (M側とF側) を接触させて、体系を臨界にする。

“SHE-I”燃料配置は、ほぼ球形炉心として取扱うことを念頭においたもので中心軸に垂直な断面 (M側とF側の境界面) は図5.1.1 (b) , 中心軸を含む平面での断面は図5.1.1 (a) の如くなる。出力は最大10Wでほとんど零出力炉とみなせる。



(a)



(b)

図 5.1.1 “SHE-I” の概念図

#### 1.2 パイルオシレーター (註1)

局部的に吸収断面積を周期的に変化させ原子炉に周期的な擾乱を与える装置である。その変動分を  $\delta \Sigma_a(t)$  とし、その点の中性子束を  $\phi_0 + \delta \phi(t)$  とすると小さい変動分に対して近似的に

$$\delta \Sigma_a(t) (\phi_0 + \delta \phi(t)) \cong \delta \Sigma_a(t) \phi_0 \quad (5.1.1)$$

の符号な中性子源が作られる。

“SHE”用に当研究室で設計したパイルオシレーターの主要部分を図5.1.2に示す。円筒面上に4枚の短冊型のカドミウム板 (0.5mm 厚) をはりつけた回転子 (ジュラルミン製) と、同じく4枚のカドミウムをはりつけた固定子 (ジュラルミン製) より成る。

回転子が回転して固定子のカドミウムのちょうど内側に回転子のカドミウムが重ったとき、カドミウムの自己遮蔽効果のため熱中性子に対する吸収が一番小さくなり、これより45°回転したとき最大吸収となる。

このような設計にすると、1枚のカドミウム板をはりつけた場合に比してタイポール効果<sup>(27)</sup>をなくしうると同時に、1回転で4周期の反応度入力がえられ、

(註1) 神鋼電機KK機 (京大工研原子炉計測設計)

101

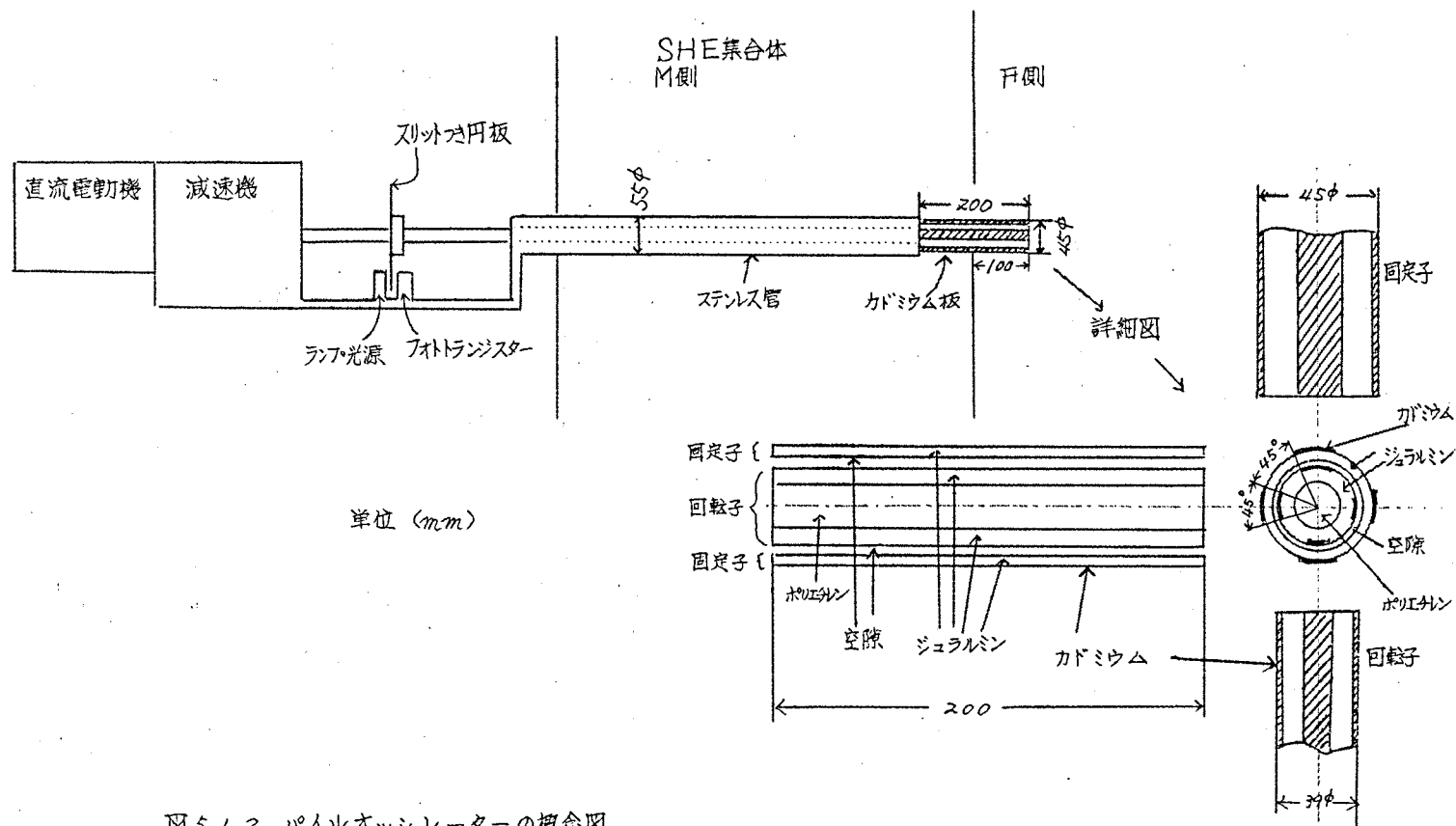


図5.1.2 パイロオシレーターの概念図

低い回転数で高い周波数の反応度入力がえられる。

回転子の内部にポリエチレンをつめることにより、熱中性子は、ポリエチレン中の水素原子のために効果的に減速され、まわりの黒鉛燃料領域におけるよりも大きい熱中性子源が生じ、このため、このパイルオッシレーターの反応度振幅を大きくすることが出来る。

回転子は外部にある直流分巻電動機の電圧を制御することにより、 $0.01 \sim 1$  回転/秒で回転し、従って原子炉に  $0.04 \sim 5.0\%$  の範囲の周期的反応度入力が与えられる。図 5.1.1 に示すように、このパイルオッシレーターは SHE-I 炉心のちょうど中心に挿入される。挿入により生じた吸収量は約 5 銭と推定され、吸収の変動分は約 30 銭の PP である。

回転軸と一体になった、スリットをもつ円板があり、このスリットの前後にランプ光源とフォトランジスターがあり、スリットが通過するたびに 1 つの同期パルスが発生する。つまりパルスは吸収量変動の各周期ごとの一定の位相のときに 1 つ発生する。

### 1.3 計測系

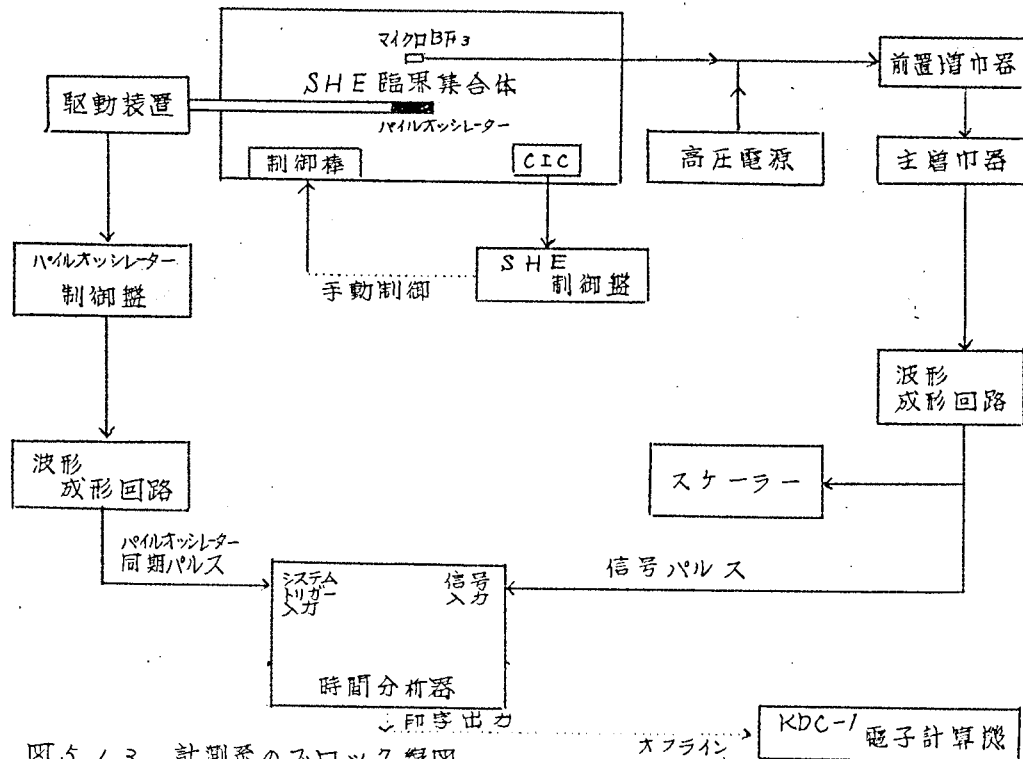


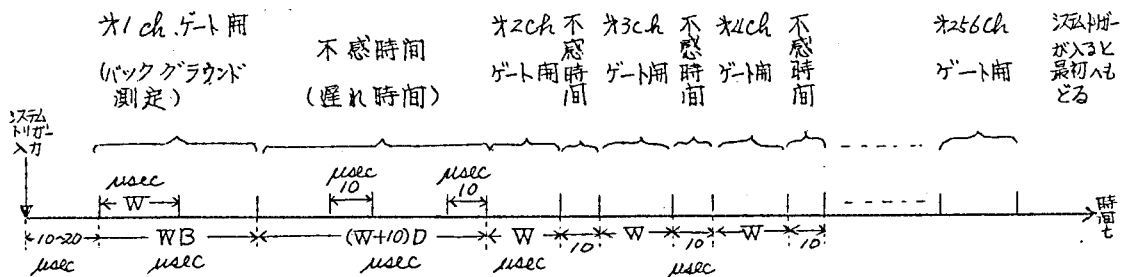
図 5.1.3 計測系のブロック線図

図5.1.3のブロック線図に示すような計測系を考えた。

検出器はマイクロB F<sub>3</sub> カウンター (Nuclear Chicago 社製 NC-202) を使用し、集合体の燃料棒のすきまに入れて計った。高圧電源 (東芝製) 前置増幅器 (東芝製)、主増幅器 (東芝 UA-21201) をへて検出されたパルスは波形成形回路 (one-shot multi-vibrator 自家製) をへて高さ約5V 立上り 200 ns 巾 1 μs のパルスに成形される。また、このパルスはスケーラーに入力されて平均の計数率が測られる。

一方、パイルオッシレーターからの同期パルスも同様の装置で成形され、これらは時間分析器 (TMC 社製 256 multi-channel time analyzer (digital computer unit 561B と pulsed neutron logic unit 212 を使用)) のそれぞれ信号入力パルスとシステムトリガーパルスとして入力される。

時間分析器はシステムトリガーパルスが入ると、図5.1.4に示すようなタイムダイアグラムに従って順次各チャネルのゲートを開閉し、その間に入ってくる信号パルスの個数を各チャネルのコアメモリに加算する。(BGR, DTR 共にスとしWは反応度入力周波数によってかえる。) これを各同期パルスごとにくり返すのでパイルオッシレーターの入力信号の各周期ごとの検出器出力が重ね合わさって加算される。結果はラインプリンターによって各チャネルの計数値が印字される。



$B = BGR = 2$  とした。

$D = DTR = 2$  とした。

図5.1.4 時間分析器の動作 (タイム・ダイアグラム)

#### 1.4 測定方法

本実験においては、中性子源は (5.1.1) 式の形をしており出力中  $\phi$  に比例した強さをもつ。そのため出力中の変動分の不変動分に対する割合 (変動率) と変動分の位相のみを問題にする限り、出力そのものの大きさは任意にとれる。

だから通常用いられる出力規格化のためのモニター計測系は不要である。

本実験はパルス型の測定を行っている。つまり出力は検出器のパルスの計数値である。そのため、結果には必ず統計的変動による誤差が現われるが、一方測定すべき量は、これらのランダム量の期待値である。だから出来るだけ多くのパルスを数えて統計誤差を小さくせねばならないが、測定時間には限度があるから、計数率を上げる必要がある。しかし、計測系の不感時間（一つのパルスが入ってから再び計測しうる状態に回復するまでの時間）が約  $3.6 \mu\text{sec}$  ほどあったのでこの時間が平均パルス間隔の約  $\frac{1}{10}$  になるような計数率つまり  $30 \text{ kp/s}$  を計数率の上限とし、測定点での計数率がこの値以下になるように原子炉の出力を調整した。

原子炉出力の制御は、パイルオッシレーターを回転させた状態で、制御盤上の C I C 出力記録針を見ながら制御棒を出入し、出力の平均値が一定になるようにする。原子炉に正弦波状の反応度入力加わると (5.1.1) 式の  $\delta \Sigma a(t) \delta \phi(t)$  の項の非線型性のため出力が上昇するが<sup>(50)</sup> この効果の補償も含めた形で炉を臨界に保っている。

検出器は、集合体の M.F 境界面内でパイルオッシレーター中心から 1, 3, 7, 13, 23, 35 ( $\times 3.25 \text{ cm}$ ) の 6 点に挿入された。挿入および引抜は検出器駆動機構により、炉を停止することなく自動的に行なわれた。エピカドミ中柱子の測定は、0.5 mm 厚のカドミウム被覆を作り、検出器の有感部分にかぶせて行った。

検出器からの出力パルスは前述のように時間分析器に入力されるが、パイルオッシレーターからの同期パルスは、パイルオッシレーター入力のスロリ当りノコとなるようにスリットを巻いだ。これは、時間分析器が 256 チャンネルまで掃引しないうちに、次のシステム・トリガー・パルスが入ると動作が不確実になるためである。

システム・トリガー・パルスが入るごとに、時間分析器のアドレスサイクルの表示が一つ増すのであらかじめ校正したストップウォッチを用いて、単位時間当りのアドレスサイクル数を計り、これから反応度入力周波数を計算した。ただし低周波では、システム・トリガー・パルスの間隔 ( $0.1 \text{ c/s}$  で 20 秒間隔) が長くなるので、ある所定の回数システム・トリガーされるに要する時間をストップウォッチで測定している。

T M C pulsed neutron logic unit 212 を使用すると最低  $1.5 \text{ c/s}$  までの入力周波数に対してしか測定出来ないため、この unit の内の  $100 \text{ kc/s}$  の発振器を  $100 \text{ c/s}$  の発振器に挿しかえ、 $1.5 \text{ c/s}$  以下の低周波の測定を行った。こ

のときのタイムダイアグラムは図5.1.4で  $\mu\text{sec}$  を  $\text{msec}$  にしたものに相当する。最終的に求めるべき変調率および位相の値に現われる統計誤差を誤差伝播の法則により計算し、これが、所定の範囲内におさまるように測定時間をきめた。(オスズ(ふス/4)式参照)

また、パイルオッシレーターの吸収の非線型性の観点(オス章参照)から変調率が15%をこえる場合には、(約2 c/s以下)パイルオッシレーターのCd板の一部の配列を、吸収の変動分のみが減少するようにかえて、いつも変調率が15%以下になるようにした。(図5.1.5参照)パイルオッシレーターCd板の変更前後で燃料棒本数は共に323本で変化しなかった。

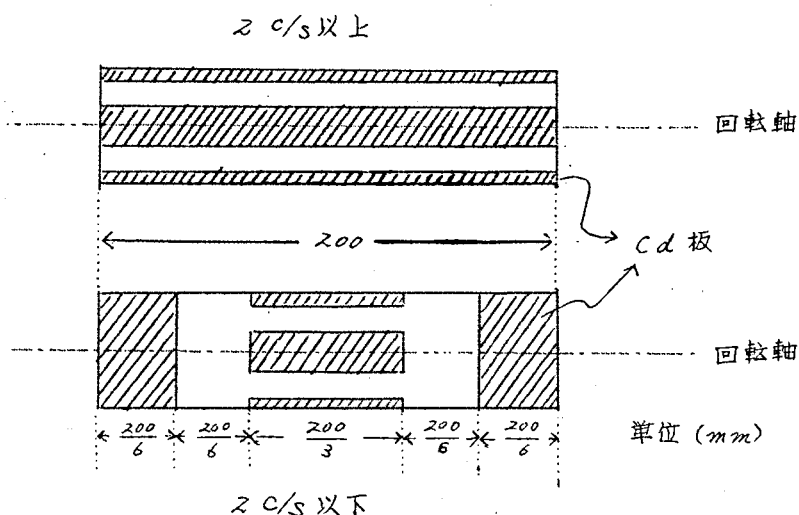


図5.1.5 パイルオッシレーター固定子上の  
カドミウム板のはり方

## 第2章 実験の解析方法と精度

時間分析器の出力をパイロオシレーターの入力周波数でフーリエ解析すれば、伝達関数の変調率および位相がえられる。

パイロオシレーターのC板は短冊型をしており、この自己遮蔽効果で生ずる反応度入力は正弦波よりも山と谷が尖った三角波に近い形をしていると思われる。しかし、ここでは入力周波数の基本波成分に対する周波数応答を問題にしている。短冊型のC板や固定子、回転子は特に精度に注意して製作しており、内側と外側のC板が重った位置で反応度入力の基本波成分は最大値になっていると思つてよい。同期パルスが出る位相は、この反応度入力の最大値よりも  $\theta_p$  だけ進んでいるとしておく。

一方、原子炉出力はランダムパルスとして時間分析器により、各周期の各位相ごとに加算されて印字出力される。このときパルスの検出から時間分析器に記録されるまでの時間とパイロオシレーターの円盤上のスリットによるパルスの発生から時間分析器をトリガーするまでの時間遅れは  $0.5 \mu\text{sec}$  以下で、測定周波数が最高 50 % までなので充分無視出来る。

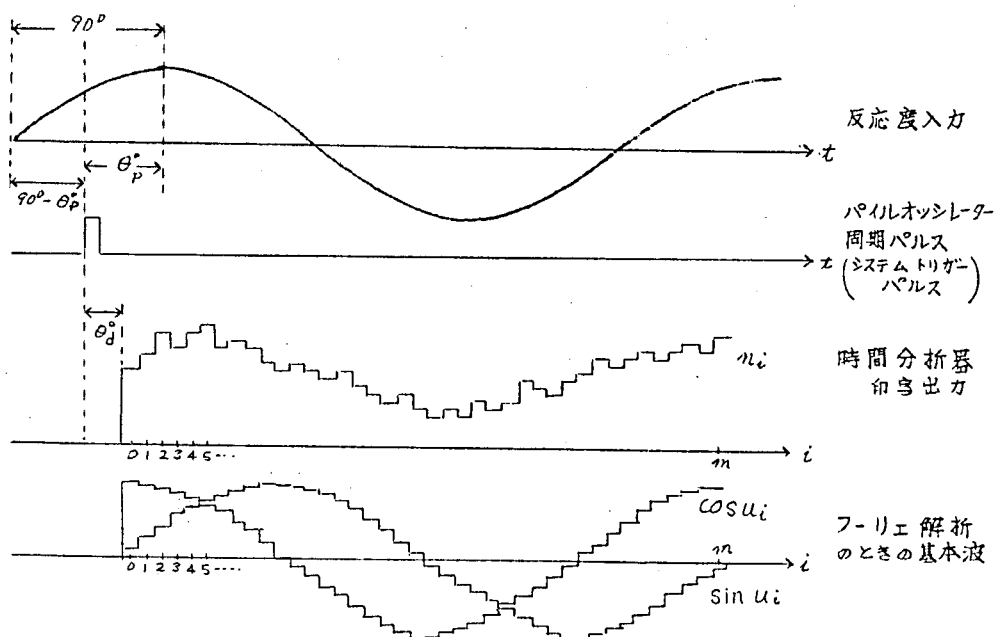


図 5.2.1 各変数の位相関係



いま 時間分析器のチャネル巾;  $W_{\mu\text{sec}}$

入力周波数;  $f \text{ c/s}$

$$L = \begin{cases} 4; & f < 1.5 \text{ c/s} \\ 1; & f \geq 1.5 \text{ c/s} \end{cases}$$

とすると

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{(W + 10^L)f}{10^6}, & b &= \frac{Wf}{10^6} \\ u_i &= \pi(b + 2ai), & m &= \left[ \frac{1}{a} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.2.1)$$

$m$  は一周期に相当するチャネル数,  $[ ]$  はガウス記号である。

そこで  $i$  チャネルのパルス計数値を  $n_i$  とすると,

$$\left. \begin{aligned} S &= \sum_{i=0}^m n_i \sin u_i / \sum_{i=0}^m \sin^2 u_i \\ C &= \sum_{i=0}^m n_i \cos u_i / \sum_{i=0}^m \cos^2 u_i \end{aligned} \right\} \quad (5.2.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{全パルス数 } N &= \sum_{i=0}^m n_i \\ \text{平均パルス数 } n &= N / (m+1) \end{aligned} \right\} \quad (5.2.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{変調率 } G &= \frac{\sqrt{S^2 + C^2}}{n} \times 100\% \\ \text{位相 } \theta^\circ &= \left( \tan^{-1} \frac{C}{S} \right)^\circ - \theta_d^\circ - (90 - \theta_p)^\circ \\ \theta_d^\circ &= \frac{3.5 \times 10^L + 4W}{10^6} 360f \end{aligned} \right\} \quad (5.2.4)$$

となる。(図 5.2.1 参照)

この計算に先立って計測系の不感時間の補正を  $n_i$  に加えている。

補正前の計数値;  $n_i'$

チャネル巾;  $W_{\mu\text{sec}}$

補正後の計数値;  $n_i$

アドレスサイクル;  $A$

不感時間;  $\tau_{\mu\text{sec}}$

計数率:  $r_{\text{count}/\mu\text{sec}} = \frac{n_i'}{AW}$

とすると

$$n_i = \frac{n_i'}{1 - \tau\tau} \quad (5.2.5)$$

である。<sup>(51)</sup> 実験では  $\tau = 3.6 \mu\text{sec}$  として約 10% の補正をしている。

この補正は変調率にあまり影響を及ぼさない。何故なれば、 $n_i$  を各チャンネルの計数率とし  $n_i$  の最大値を  $n_1$ 、最小値を  $n_2$  とし  $n_i$  は正弦波状に変化しているとする

$$\text{変調率 } G' = \frac{n_1' - n_2'}{n_1' + n_2'} \quad (5.2.6)$$

いま これに不感時間  $\tau$  <sup>μsec</sup> の補正を加えると、 $\tau \frac{n_1' + n_2'}{2} \ll 1$  として

$$G = \frac{\frac{n_1'}{1 - n_1' \tau} - \frac{n_2'}{1 - n_2' \tau}}{\frac{n_1'}{1 - n_1' \tau} + \frac{n_2'}{1 - n_2' \tau}} \cong G' \left( 1 + \tau \frac{n_1' + n_2'}{2} \right) \quad (5.2.7)$$

となる。すなわち 平均計数率  $\frac{n_1' + n_2'}{2}$  が一定ならば、変調率の違いによって補正の割合は  $\tau \frac{n_1' + n_2'}{2} \ll 1$  を仮定すれば、ほとんど変化しない。

角度  $\theta_p$  については、同期パルスがちょうど出ている時点でパイルオッシレーターをとめ、固定子と回転子の相対的な位置を写真測定して求め  $\theta_p^0 = 36.2^\circ \pm 6^\circ$  をえたが、誤差が大きいため、後述のように、低周波域でホータを理論値に一致させている。

次に  $G$  および ④ に含まれる中性子数のゆらぎの統計変動による誤差を計算する。原子炉内の中性を検出して、えられるパルス計数値は、ほぼポアソン分布<sup>(註1)</sup>をしていると仮定する。

各チャンネルの計数値  $n_i$  の誤差を  $\delta n_i$  とすると (5.2.2) (5.2.3) 式の  $S, C, N$  の誤差はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} X &= \sum_{i=0}^m \delta n_i \sin u_i \\ Y &= \sum_{i=0}^m \delta n_i \cos u_i \\ Z &= \sum_{i=0}^m \delta n_i \end{aligned} \right\} \quad (5.2.8)$$

変調率をテーラー展開すると

$$G(x, y, z) = \frac{\sqrt{(S+x)^2 + (C+y)^2}}{n + \frac{z}{m+1}} \quad (5.2.9)$$

$$\begin{aligned} &\cong \frac{\sqrt{S^2 + C^2}}{n} + \sum_{i=0}^m \left\{ \frac{(S \sin u_i + C \cos u_i)}{n \sqrt{S^2 + C^2}} - \frac{\sqrt{S^2 + C^2}}{N n} \right\} \delta h_i \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^m \left\{ \frac{C^2 \sin^2 u_i + S^2 \cos^2 u_i}{n \sqrt{S^2 + C^2} (S^2 + C^2)} + \frac{2 \sqrt{S^2 + C^2}}{N^2 n} \right\} (\delta h_i)^2 \end{aligned} \quad (5.2.10)$$

$\delta h_i$  として  $h_i$  の標準偏差をとり、右辺のテーラー展開第2項<sup>(註2)</sup>から  $G$  の標準偏差  $\delta G$  を求めると

$$\begin{aligned} (\delta h_i)^2 &\cong n \\ (\delta G)^2 &= \frac{2}{N} \quad \therefore \delta G = \sqrt{\frac{2}{N}} \end{aligned} \quad (5.2.11)$$

となる。

位相についても同様の計算により

$$\begin{aligned} \Theta(x, y) &= \tan^{-1} \frac{C+y}{S+x} \\ &\cong \tan^{-1} \frac{C}{S} + \frac{1}{S^2 + C^2} \sum_{i=0}^m (S \cos u_i - C \sin u_i) \delta h_i \\ &\quad + \frac{SC}{(S^2 + C^2)^2} \sum_{i=0}^m (\sin^2 u_i - \cos^2 u_i) (\delta h_i)^2 \end{aligned} \quad (5.2.12)$$

同じく第2項を  $\Theta$  の標準偏差  $\delta \Theta$  とすると<sup>(註2)</sup>

$$\delta \Theta = \delta G / G \quad (\text{radian}) \quad (5.2.13)$$

となる。

(註1) 核分裂過程により、パルス相互間に相関が生じ厳密にはポアソン分布よりはずれている。

(註2) 第3項は第2項に比して ほぼ無視出来ることを実際の数値について確認した。

(5.2.1) ~ (5.2.5) 式 (5.2.11), (5.2.13) 式の計算を KDC-1 用コード "SHEDATA" に プログラムして処理した。

(5.2.11), (5.2.13) 式から  $G$  および  $\theta$  に現われる統計誤差を所定の範囲内におさめるに要する測定時間が求められる。

$T$  : 測定時間 Sec

$r$  : パルス計数率 p/s

$E$  :  $G$  の相対誤差上限 または  $\theta$  の絶対誤差上限 (radian)

とし、時間分析器によって有効に記録されるパルス数 対 全パルス数の比を約  $1/2$  とすると (同期パルスを 2 周期に 1 コにしたため)

$$N = \frac{Tr}{2}, \quad \delta\theta = \frac{\delta G}{G} < E$$

$$\therefore T > \frac{1}{r} \left( \frac{2}{EG} \right)^2, \quad r > \frac{1}{T} \left( \frac{2}{EG} \right)^2, \quad E > \frac{2}{G} \sqrt{\frac{1}{Tr}}$$

の関係がある。

(5.2.14)

測定時間の計画にあたっては、 $G$  として第 2 部第 4 章の理論計算および昭和 39 年度の予備的な実験結果から推定した値を用い、 $r$  としては 30 KP/S をとった。測定時間の一例を表 5.2.1 に示す。

周波数 %	パイロオシレーター からの距離 $\times 3.25^m$	変調率 $G$	誤差 $E$		所要測定時間 $T$
			%	度	
45	35	0.003	3	1.72	4.6 時間
10	13	0.018	3	1.72	7.6 分
1.5	7	0.09	3	1.72	18 秒

表 5.2.1 測定時間

### 第3章 実験の測定結果と誤差の検討

#### 3.1 測定結果

空間依存伝達関数は前述のコード“SHE DATA”の出力に、さらに次の修正を加えて測定結果とした。図5.3.2～5.3.5に示す。

- (i) 2 %以下の振巾の測定値は、測定点1については 1.75 倍、その他の測定点については 2.57 倍する。これは 2 %以下では変調率が15 %をこえるため パイルオッシレーターの反共振振巾を約  $1/3$  にしたためである。
- (ii) 位相の測定値に含まれる周波数に依存しない偏角  $\theta_p$  は、伝周波 24 %で  $\ell_0 = 1.2 \text{ msec}$ ,  $\beta = 0.0067$  の遅延中性子6組の基本モード伝達関数の理論値と一致するように規格化することによってきめ、 $\theta_p = 31.2^\circ$  とした。

図には統計変動による誤差のみを示した。(ただし標準偏差の1.96倍)

なお 測定は 裸の  $BF_3$  検出器による全中性子密度およびカドミ被覆  $BF_3$  によるエピカドミ中性子密度についてのものであるが、(パイルオッシレーターのごく近くの測定点1, 3の全中性子密度測定値を除いて) は、それぞれ熱中性子束および熱外中性子束と解釈出来る。これによる誤差は次節で検討する。

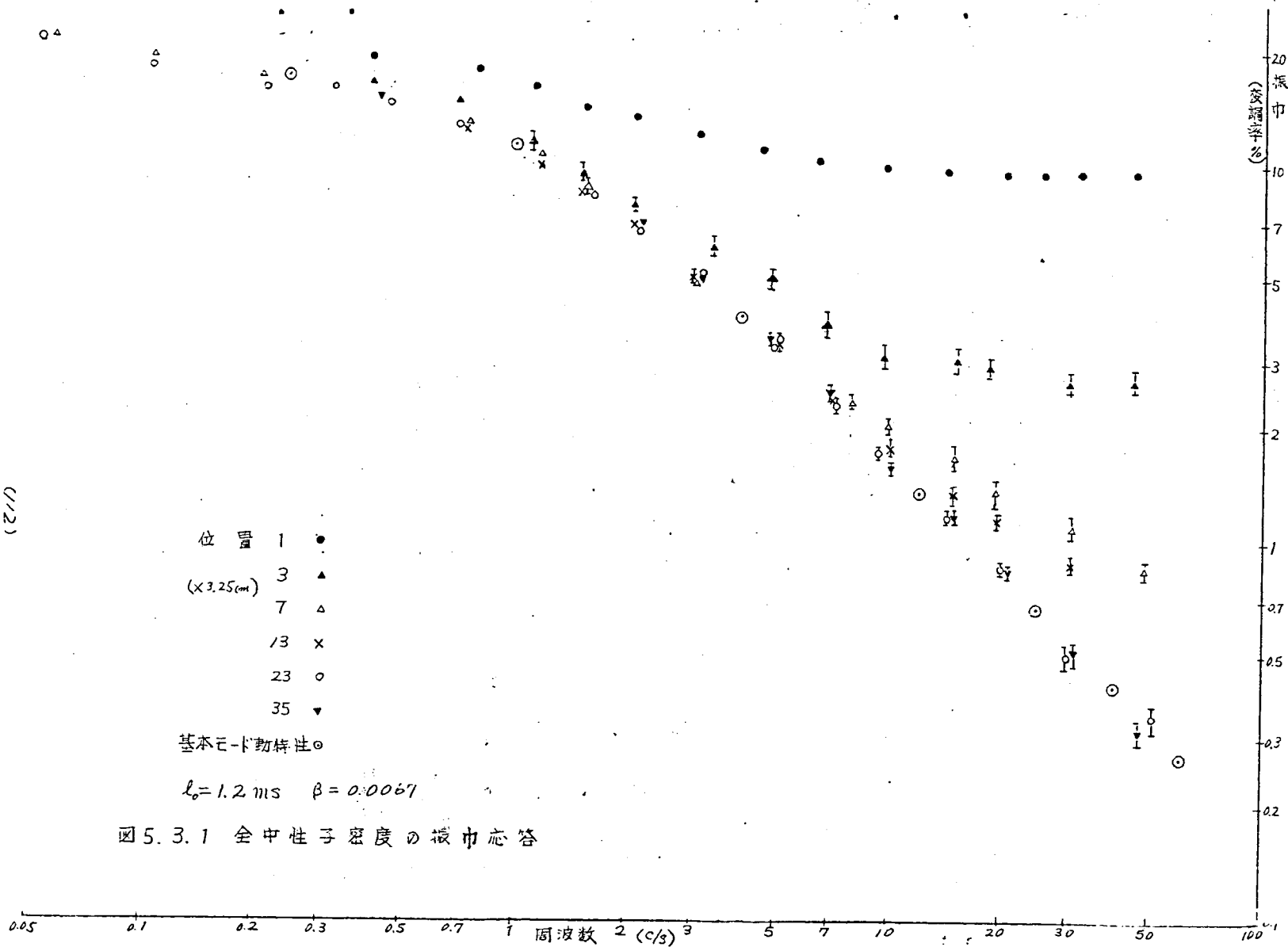
C/2)

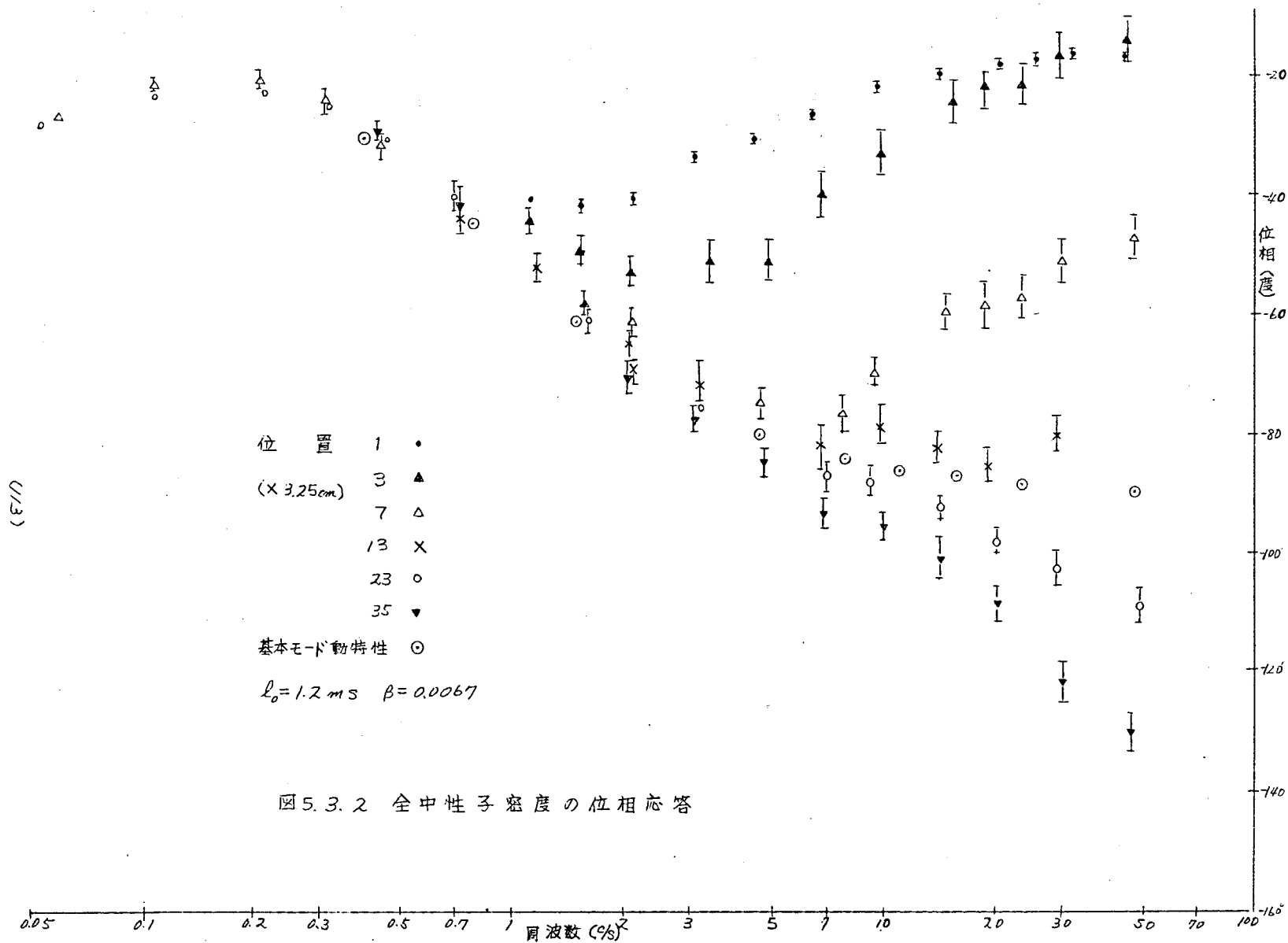
位置 1 ●  
 (× 3.25 cm) 3 ▲  
 7 △  
 13 ×  
 23 ○  
 35 ▼

基本モード特性注○

$l_0 = 1.2 \text{ ms}$     $\beta = 0.0067$

図 5.3.1 全中性子密度の減巾応答





7777

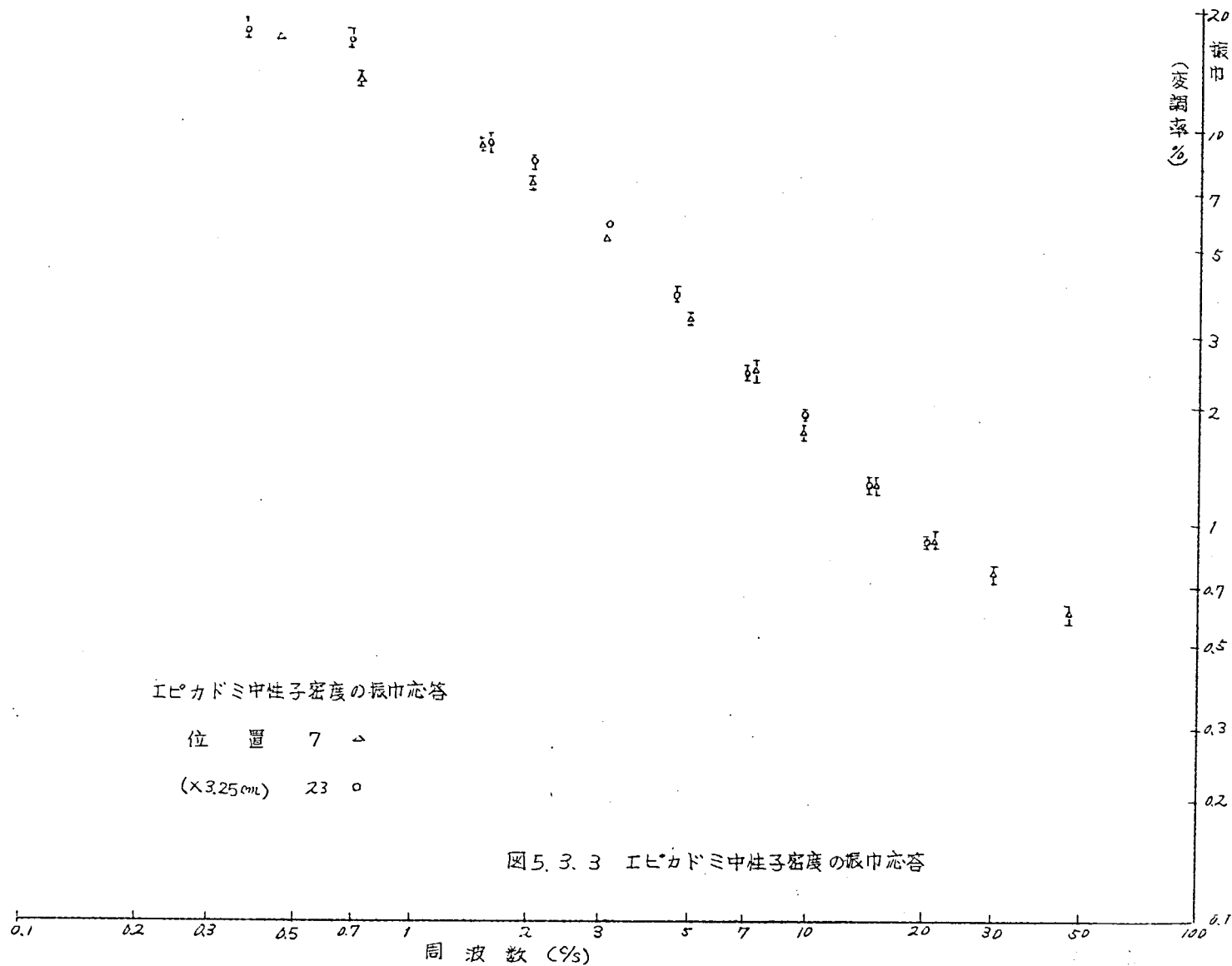
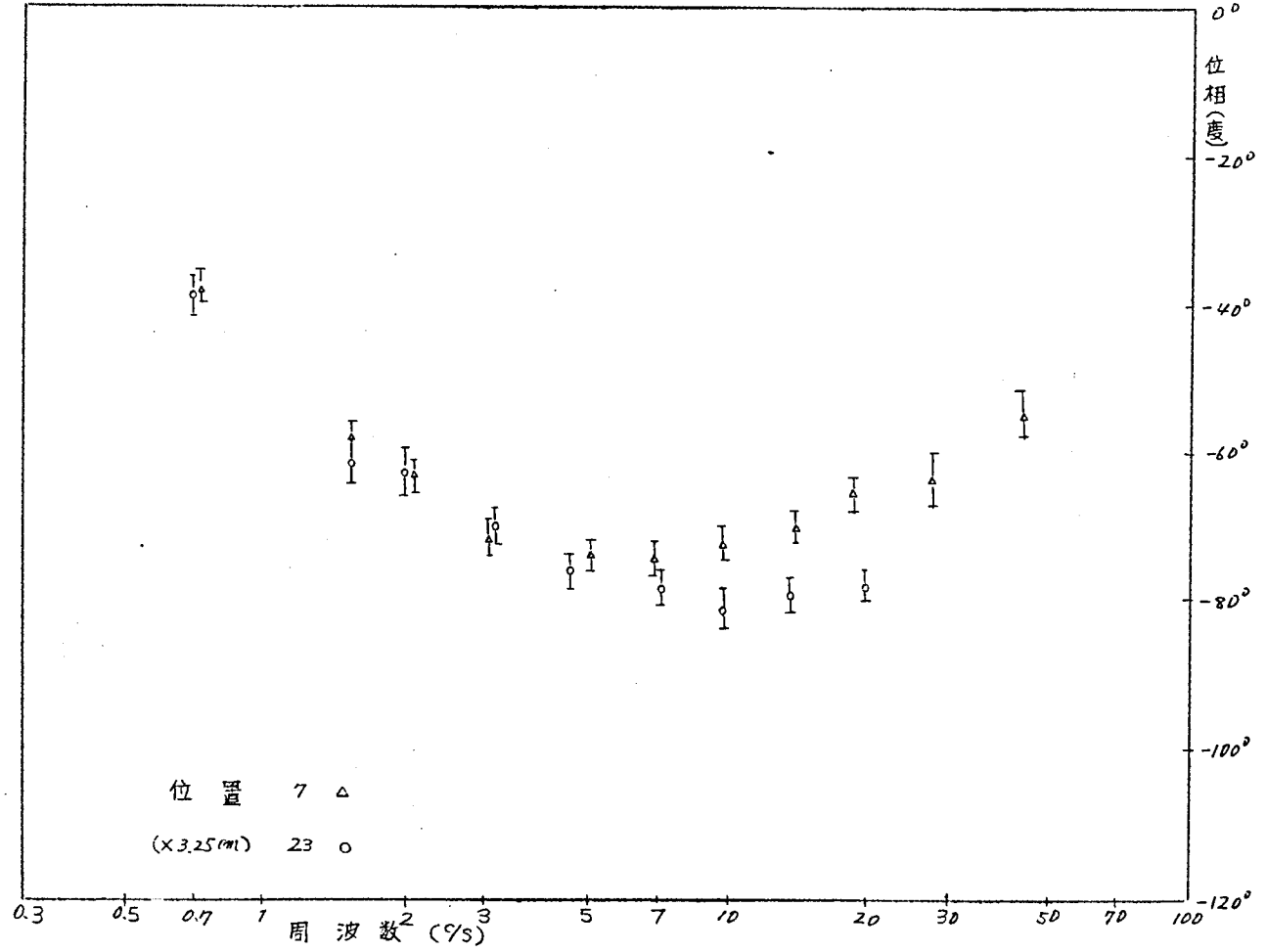


図 5. 3. 3 エピ・カドミ中中性子密度の振巾応答



図5.3.4 エピカドミ中性子密度の位相応答



なお 空間依存性の定性的傾向については、第2部第4章でのべた通りである。

### 3.2 誤差の検討

次に測定結果に含まれると思われる種々の誤差について検討する。

#### (i) 統計変動誤差

図 5.3.1 ~ 5.3.4 で示しているのは標準偏差の 1.96 倍であり、この範囲を真値がこえる確率は正規分布をしているとして 5% である。

#### (ii) 周波数変動および周波数測定誤差

直流電源電圧の変動、直流電動機の原磁抵抗の温度上昇などによって周波数が少し変動した。変動は最大 1.5% である。(変動誤差ということにする) また測定時間中に数えたパルスの個数 = アドレスサイクル数 =  $A$  とすると、真の値よりも測定周波数は小さくなり、その相対誤差は最大  $1/A$  である。低周波側では測定開始のパルスから終りのパルスまでの間隔をストップウォッチで計ったので、 $1/A$  より誤差ははるかに小さいはずである。(同じく量子化誤差ということにする) なお ストップウォッチの誤差は 0.02% である。

この両誤差を含んだ値を正しい周波数と見なしてフーリエ解析したときの振巾位相に現われる誤差を計算する。まず変動誤差について検討すると、第  $j$  アドレスサイクルの正弦および余弦振巾を  $S'_j$  および  $C'_j$  とし、この平均値から振巾位相を求めるものとする。第 1 次の微小量の範囲内で

$$\left. \begin{aligned} S'_j &= S - \left( \pi C + \frac{S}{2} \right) \frac{S \omega_j}{\omega} \\ C'_j &= C + \left( \pi S + \frac{C}{2} \right) \frac{S \omega_j}{\omega} \end{aligned} \right\} \quad (5.3.1)$$

$\omega$  は解析に用いた角周波数で、第  $j$  アドレスサイクルのパルス間隔を  $t_j$  とすると

$$\omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{A} \sum_{j=1}^A t_j} \quad (5.3.2)$$

第  $j$  アドレスサイクルの角周波数  $\omega_j$  は

$$\omega_j = \frac{2\pi}{t_j} \quad (5.3.3)$$

すると、第  $j$  アドレスサイクルの変動誤差  $\delta\omega_j = \omega_j - \omega$  を一次の微小量と見なせる範囲内で

$$\sum_{j=1}^A \delta\omega_j = 0, \quad \frac{1}{A} \sum_{j=1}^A S_j = S, \quad \frac{1}{A} \sum_{j=1}^A C_j = C \quad (5.3.4)$$

と出来るので、変調率および位相に対して、変動誤差は一次の近似の範囲内で効かない。

量子化誤差を  $\delta\omega'$  とし、 $\delta\omega'$  を変動誤差の最大値とすると、変調率と位相は

$$G' \cong G \left[ 1 - \frac{\cos 2\theta}{4} \left( \frac{\delta\omega'}{\omega} \right) + \left( \frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{8} + \frac{3\pi}{4} \sin 2\theta \right) \left( \frac{\delta\omega' + \delta\omega''}{\omega} \right)^2 \right]$$

$$\Theta' \cong \Theta + \left( \pi + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \left( \frac{\delta\omega'}{\omega} \right) \quad (5.3.5)$$

$$+ \left( \frac{\pi}{2} \cos 2\theta - \frac{1}{4} \sin 2\theta + \frac{1-4\pi}{16} \sin 4\theta \right) \left( \frac{\delta\omega' + \delta\omega''}{\omega} \right)^2$$

ただし  $\theta = \tan^{-1} \frac{C}{S}$ ,  $\Theta = \theta - 64^\circ$  となる。 $\delta\omega'/\omega \cong 1/A$ ,  $\delta\omega''/\omega \cong 0.075$

として計算すると、位相  $\Theta = -20^\circ$  附近の低周波領域で一番大きく、 $G$  の相対誤差 2.5% 以内、 $\Theta$  の絶対誤差  $0.3^\circ$  以内となるが、高周波領域では、はるかに小さくなり、結局周波数の誤差は充分無視しうる。

### (iii) 非線型性による体系の変化

(5.1.1) 式で示すように、 $\delta \sum a(t) \times \delta \phi(t)$  の項を無視したことにより誤差を生ずる。

$$\left. \begin{aligned} \delta \sum a(t) &= S \sin \omega t \\ \delta \phi(t) &= \phi_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n(\omega) \sin(n\omega t + \theta_n(\omega)) \end{aligned} \right\} (5.3.6)$$

とすると、線型化しないパイルオヴシレーターの吸収量は、

$$\delta \sum a(t) (\phi_0 + \delta \phi(t))$$

$$= S \phi_0 \sin \omega t \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega t + \theta_n) \right) \quad (5.3.7)$$

これの基本波  $\sin \omega t$  及び  $\cos \omega t$  成分の振幅はそれぞれ  $S\phi_0$  および 0 である。すなわち、基本波成分のみの入出力を問題にする限

り  $S \Sigma_a(t) \times S \phi(t)$  の項を無視することは誤差の原因とはならない。

一方 吸収量(5.3.7)式の時間的に不変な成分(直流成分)は  $\frac{1}{2} S \phi_0 B_1 \cos \theta_1$  である。  $B_1, \theta_1$  は周波数に依存するが、前章でのべたようにこの吸収量も含めてパイルオッシレーターが回転している状態で常に平均出力が一定になるように制御している。このため周波数が変わると制御棒により  $\frac{1}{2} S \phi_0 B_1 \cos \theta_1$  の吸収だけ体系が変化する。この値を大体計算してみると、全周波数領域にわたって周波数の変化によって生ずる体系の変化は  $0.5 \phi$  以内であり、ほとんど問題ではない。しかし、パイルオッシレーターの吸収変化量を大きくするとこの効果はボース乗に比例して大きくなる。変調率が 15% をこえないようにしたのはそのためである。

#### (iv) 測定時間が有限であることによる誤差

この実験ではパイルオッシレーターによる原子炉入力と出力の相関を調べているのだから、パイルオッシレーターによる入力と無相関な過程はすべて結果に現われないはずであるが、これは無限に長い時間にわたって測定した場合に与えることであり、実際は測定時間が有限であるため無相関のものも結果に誤差を生じさせる。そのうち最も重要なのは(1)で評価した中性子数のゆらぎによる統計誤差である。その他の過程として炉が完全に臨界でないために、或いは臨界状態に近づけるよう運転者が制御することによって生ずる原子炉出力のゆっくりした変動が考えられる。この変動の周波数が測定周波数に比して充分小さければ問題ないが、同程度となると考慮する必要がある。しかしこの変動量は 1% 以下であり、また周波数も  $0.05 \text{ c/s}$  以下(つまり出力修正が 50 秒以上の間隔で行われる)なので大きい誤差は生じないものと思われる。

計測系に生ずる雑音も誤差の原因となるが、雑音パルス計数率が原子炉の信号パルス計数率に比してずっと小さいので問題にならない。

電流型の計測の時に問題となるような増幅器の利得変動、電源ハム、共鳴現象、位相遅れは、このパルス型の計測では誤差にはならない。

なお、日を改めて同一の測定をしたところ再現性は悪れていた。

#### (v) エピカドミ中性子の影響による誤差

実測値を複素平面内のベクトル(絶対値が変調率、偏角が位相)となつて

いるベクトル；周波数の関数）として表わす。

$\times_t$ ； 全中性子密度の測定値，

$\times_e$ ； エピカドミ中中性子密度の測定値

また 熱中性子束についての同じものを、それぞれ

$\pi_t$ ； 熱中性子束についての値，

$\pi_e$ ； 熱外（ $\cong$ エピカドミ）中中性子束についての値

とすると、次の関係がある。

$$\pi_e \cong \times_e$$

$$\pi_t \cong (\times_t - \times_e) R + \times_t$$

(5.3.8)

ただし

$$R = (\text{熱外中中性子密度}) / (\text{熱中性子密度})$$

である。

パイルオッシレーターから少しはなれた測定点 7, 13, 23, 35 については  $\times_t \cong \times_e$  または  $R \ll 1$  なので (註1) ほゞ

$$\pi_t \cong \times_t$$

(5.3.9)

と出来る。この誤差を  $(\times_t - \times_e)$  が最も大きくなると思われる 50 % 附近で評価すると、測定点 7 で 変調率で 0.1 % 以下、位相で  $-1.0^\circ$  以下であり、測定点 13, 23, 35 については、ずっと少く  $+0.02\%$  以下  $-0.5^\circ$  以下である。

パイルオッシレーターに近い測定点 1, 3 では  $(\times_t - \times_e)$  および  $R$  の値が大きくなるので、 $\pi_t \cong \times_t$  とは出来ない。

よつてこの測定値は測定点 1, 3 の全中性子密度の測定値を除いて ほゞ 熱中性子束および熱外中中性子束の測定値と解釈してもよい。

(Vi) 全中性子密度の位相曲線に現われた 10 %s 附近の小さな山は

(1) 各測定点の曲線のどれにも現われている。

(2) 10 %s 附近で特に誤差を生じさせるような原因が考えられない。

---

(註1) 高周波域では炉心内 7, 13 点については主として  $\times_t \cong \times_e$  により、反射体内 23, 35 点については、主として  $R \leq 0.01$  による。(23)

低周波域では  $\times_t \cong \times_e$  による。

という理由で測定誤差ではないだろう。この小さな位相の山についての一つの説明は第3部で行っている。

また 最初パイルオッシレーターの吸収量が不安定であつた疑いがあり、そのため、全中性子密度の振巾の測定値に少し不確なところがある。位相の測定には影響はないものと思われる。それで第2部第4章では全中性子密度の振巾のモニターは昭和37年度の実験の値を一部分用いている。

## 結 論

パイルオッシレーター法により、日本原子力研究所“SHE-I”の空間依存伝達関数を比較的精度よく測定した。

この実験方法の特長は

- (i) パイルオッシレーターの同期的入力と原子炉出力（パルス型）の相互相関をとっているので、計測系のノイズ、ドリフトなどのパイルオッシレーター入力と無相関な過程は結果に大きい影響を与えない。
  - (ii) 振巾は直流分対変動分の比（変調率）で測定したため、通常よく行われるような出力校正のためのモニター回路は不要であり、それから生ずる不確さをさげうる。
  - (iii) パイルオッシレーターは対称同軸回転式とし、4枚のCd板を用いて1回転で4同期の反応度変化を作り、往復運動型や偏心回転型よりも高周波の反応度変化が安全性も高く比較的安価に行える。またそのときの反応度振巾をポリエチレンを入れて、大きくし得る。
  - (iv) フーリエ解析によつてデータ処理するのでパイルオッシレーターの入力は必ずしも正弦波でなくてもよい。
- という点であるが欠点としては、
- パイルオッシレーターの吸収量が大きく、体系を大巾に乱しており、パイルオッシレーターを入れない状態の炉の測定にはなっていないことが考えられる。

## 結 言

線型分布定数系の動特性の簡便な一つの解法として、少数極展開法を提唱し、これは時間モーメント解から構成される一つの近似解であることを示した。この少数極展開法を原子炉空間依存動特性に応用し、若干の例について空間依存伝達関数の計算を行い、実験値と比較した結果、従来行われている固有関数展開法に比べて、ずっと短時間の計算で、精度も劣らない解が得られることを示した。また多点近似動特性に対する応用を行い、炉心反射体系における7組遅発中性子モデルのパラメーターをさめる一方法を示した。

これらの計算に対して実験的な支持を与えるために、日本原子力研究所“SHE”臨界集合体の空間依存伝達関数をパイルオッシレーター法により測定した。

また、分布系としてエネルギー空間をとり、媒質中の中性子減速熱化の時間依存問題に対して応用し、水素自由ガスモデルの場合の数値計算を行い、短時間の計算で、実験値や元方程式の直接数値積分と比較的よく一致する結果がえられた。

このように少数極展開法を原子炉物理の種々の線型動特性問題に応用して一応の成果を得たが、はたしてどんな場合にも有効な解を与えるかどうかについて、その数学的基礎を関数解析などの立場から明確にする必要がある。また単に数値解析上の一手法のみならず、これを使用して解析解を求める努力も必要である。また応用面においても、特に事故解析などの場合に現われる非線型性に対しては無力である。そのとき短時間の現象に対して線型化し、その手続をつないでゆくという方法<sup>(56)</sup>をとるならば、その線型区間で要求される簡単な形でしかも優れた近似解として、この少数極展開が使える可能性がある。これらは今後に残された課題である。

## 謝

## 辞

本研究は工学部電気工学第二学科 林 重憲教授御指導の下に行なった。終始御鞭撻を賜った同教授に対し 深甚の感謝の意を表する。また 直接の御指導御協力を賜った工学研究所 若林二郎教授ならびに卒業研究 大学院特別実験を通じて御協力を戴いた諸氏に対し深甚の感謝の意を表する。

さらに本研究の第1部に関し 種々御助言戴いた工学部電気工学第二学科 水嶋 昭教授 ならびに本研究全般に亘って種々御討論御教示を戴いた工学部原子核工学科 西原 宏教授はじめ、同研究室の諸氏に深く感謝の意を表する。

また “SHE” 集合体の実験および数値計算に関して 多々御尽力戴いた日本原子力研究所炉物理実験研究室 井上和彦氏（現在京大原子炉実験所） 金子義彦氏 土橋敬一郎氏に深く感謝の意を表する。

最後に本研究全般にわたり、数値計算に関して御助力を戴いた工学研究所 木ノ村勝俊技術員に厚く感謝の意を表する。



## 参 考 文 献

- (1) T. Hoshino, J. Wakabayashi and S. Hayashi; Nucl. Sci. Eng., 23 170-182 (1965)
- (2) 林 星野, 若林; 第3回炉物理分科会予稿集, 5 (1963)
- (3) 林 星野, 若林; 日本原子力学会誌, vol. 5, No. 6, 503-507 (1963)
- (4) 例えは" シッフ: 量子力学, 井上訳, 青岡書店 (1961)
- (5) A. M. Weinberg and E. P. Wigner: The Physical Theory of Neutron Chain Reactors, Univ. of Chicago Press (1958)
- (6) B. Davison and J. B. Sykes: Neutron Transport Theory, Oxford Univ. Press (1957)
- (7) S. Kaplan: Nucl. Sci. Eng., 9, 357-361 (1961)
- (8) A. Hitchcock: Nuclear Reactor Stability, Temple Press (1960)
- (9) 若林, 星野, 吉川, 大谷, 林: 日本原子力学会年会要旨集, D5 (昭41)
- (10) 若林, 星野, 林: 日本原子力学会年会要旨集, A17 (昭40)
- (11) D. F. Dougherty and C. N. Shen: Nucl. Sci. Eng., 13, 141-148 (1962)
- (12) S. Kaplan, O. J. Marlowe and J. Bewick. Nucl. Sci. Eng., 18, 163-176 (1964)
- (13) R. Avery: Proc. 2nd UN Int. Conf. PUAE, Vol. 12, 182-191 (1958)
- (14) 駒田: 日本原子力学会年会要旨集, C14 (昭39)
- (15) J. B. Yasinsky and A. F. Henry: Nucl. Sci. Eng., 22, 171-181 (1965)
- (16) P. M. Morse and H. Feshbach: Method of Theoretical Physics, Part I, 881 and 912, McGraw-Hill (1953)
- (17) R. クーラン, D. ヒルベルト: 数理物理学の方法, 斎藤, 銀林共訳 Vol. 1, 117-119, 東京図書 (1962)
- (18) 文献 (16) と同じ. ただし Part II, Chapt. 9
- (19) U. Fano, L. V. Spencer and M. J. Berger: Handbuch der  
(23)

- Physik. XXXVIII /2, 746-747, Springer Verlag (1959)
- (20) E. Amaldi: Handbuch der Physik, XXXVIII /2, 249-253, Springer Verlag (1959)
- (21) W. C. Sangren: Digital Computers and Nuclear Reactor Calculations, 79-80, John Wiley and Sons (1960)
- (22) 文献(17)と同じ ただし Vol. 2, 77-78
- (23) 星野, 若林, 木, 村, 吉川, 林: 日本原子力学会年会要旨集, D1 (略41)
- (24) 星野, 若林, 満尾, 林: 日本原子力学会年会要旨集 E32 (略40)
- (25) K. Inoue, M. Iizumi, S. Kobayashi, K. Sumita: JAERI 1032 (1962)
- (26) K. Saito and M. Otsuka: J. Nucl. Sci. Tech., Vol. 3, No. 2, 45-50 (1966)
- (27) T. Kawai: J. Nucl. Sci. Tech., Vol. 2, No. 6, 217-224 (1965)
- (28) 西原, 出口: KDC-I 用一次元少数組拡散コード, 京大原子核工学教室 (略37)
- (29) 住田, 金子, 黒川, 朴: 日本原子力学会誌, Vol. 4, No. 12, 825-837 (1962)
- (30) 清野, 西原, 出口: KDC-I レポート NC-001 京都大学電子計算機室 (1962)
- (31) 星野, 若林, 吉川, 北尾, 林: 日本原子力学会年会要旨集, D2 (略41)
- (32) T. Kawai: J. Nucl. Sci. Tech., Vol. 2, No. 8, 285-295 (1965)
- (33) 大塚: 炉物理談話会誌, No. 4, 1-9 (1963)
- (34) クラストン, エドランド: 原子炉の理論, 伏見. 大塚共訳 みすず書房 (略40)
- (35) M. A. Schultz: Control of Nuclear Reactors and Power Plants, 42-46, McGraw-Hill (1955)
- (36) E. R. Cohen and R. N. Cordy: ANL-6205, 111-130 (1960)
- (37) KDC-I のフロクラミンク, KDC-I マニュアル2巻, 114-119, 京都大学フロクラミンク小委員会 (略35)
- (38) A. K. Ghatak and H. C. Honeck: Nucl. Sci. Eng., 21, 227-239 (1965)

- (39) T. J. Krieger and F. D. Federighi : Trans. Am. Nucl. Soc. Vol. 2, No. 2, 102 (1959)
- (40) S. N. Purohit : Nucl. Sci. Eng., 9, 157-167 (1961)
- (41) K. Inoue : J. Nucl. Sci. Tech., Vol. 1, No. 8, 290-297 (1964)
- (42) Reactor Physics Constants, ANL-5800, 101 (1958)
- (43) 文献(20)と同じ。ただし 477-482
- (44) A. K. Ghatak and T. J. Krieger ; Nucl. Sci. Eng., 21, 304-311 (1965)
- (45) 金子, 黒川, 秋瀬, 住田 : JAERI-Memo 1587 (昭39)
- (46) E. Möller and N. G. Sjöstrand ; Arkiv für Fysik, Bd 27 nr 31, 501-530 (1964)
- (47) 文献(20)と同じ ただし 499-504
- (48) S. Ukai : J. Nuclear Energy, <sup>A/B</sup> 19, 833-848 (1965)
- (49) 若林, 星野, 清尾, 林 : 日本原子力学会年会要旨集, E31 (昭40)
- (50) 原子力学会臨界実験専門委員会 : 炉物理実験, 69, コロナ社 (昭38)
- (51) W. J. Price : Nuclear Radiation Detection, 48-49, McGraw-Hill (1958)
- (52) 住田 : 日本原子力学会年会要旨集 322-323 (昭41)
- (53) 野村 : 日本原子力学会年会要旨集 327-329 (昭41)
- (54) P. T. Hansson and L. R. Foulke : Nucl. Sci. Eng., 17, 528-533 (1963)
- (55) 高橋, 中井, 荒木, 藤野, 住田 : 日本原子力学会年会要旨集, E35 (昭41)
- (56) 例えば, S. Hayashi : Periodically Interrupted Electric Circuits, Denki-Shoin (1960)
- (57) 文献(20)と同じ ただし 394-401

## 附録 基礎方程式の具体的な例

### (i) ボルツマン輸送方程式<sup>(5)(6)</sup>

中性子の輸送現象を記述する基礎方程式で、 $\mathbf{r}$ として 中性子の位置  $\vec{r}$ , 運動の方向  $\vec{\Omega}$ , 速さ  $v$  の 7次元位相空間 ( $\mu$ -空間) をとり [  $\mu$  空間内の微小体積中にある単位時間当りの中性子の数  $\times$  (中性子速度) ] の期待値  $\equiv$  角度依存中性子束 (angular flux)  $f(\vec{r}, \vec{\Omega}, v)$  を未知従属変数にとる。  $f$  の時間空間的な釣合の式がボルツマン輸送方程式

$$\begin{aligned} v[-\vec{\Omega} \cdot \nabla \mathbf{r} - \Sigma_t(\vec{r})] f(\vec{r}, \vec{\Omega}, v, t) + v \left[ \iint d\vec{\Omega}' d\vec{r}' \Sigma_s(\vec{r}, \vec{v} \rightarrow \vec{v}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) + \nu \chi(v) \iint d\vec{\Omega}' d\vec{r}' \Sigma_f(\vec{r}, \vec{v}') \right] f(\vec{r}, \vec{\Omega}', v', t) \\ + v \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \delta(v - v_0) \delta(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0) \delta(t) = \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{\Omega}, v, t)}{\partial t} \quad (A.1) \end{aligned}$$

ただし  $\nabla \mathbf{r}$  ; 位置  $\vec{r}$  についての gradient 作用素

$\Sigma_t$  ; 全断面積

$\Sigma_s$  ;  $\vec{v}' \rightarrow \vec{v}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}$  の散乱微分断面積

$\nu$  ; 一核分裂当りの平均中性子放出数

$\chi$  ; 規格化された核分裂中性子スペクトル

$\Sigma_f$  ; 核分裂断面積

である。

### (ii) 多群拡散方程式<sup>(5)</sup>

この  $f$  の角度分布が等方的な成分のみを問題とし、さらに若干の近似を行えば中性子が媒質中を拡散するとして取扱う拡散近似がえられる。

速度変数 (エネルギー変数) については、いくつかの領域 (組) に分割し、各組では単一のエネルギーで中性子が拡散するとし、別の組へ移動するに要する平均衝突回数をうけると、突然その組のエネルギーの中性子源として、現われるとする近似が多群拡散近似である。この近似は中性子の運動に強い角度依存の現われる場合を除くと充分よい近似である。このとき基礎方程式 (1.1.1) 式はベクトル方程式の形で表わせば

通常の枠では、

$$\{[\nabla D(r) \nabla - \Sigma_t(r)] + [\Sigma_s(r)] + [\chi_v \Sigma_f(r)]\} \phi(r, t) + S_g(r-r_0) S(t) = [V]^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \phi(r, t) \quad (A.2)$$

ただし  $r$  ; 位置ベクトル

$D$  ; 拡散係数

$\Sigma_s$  ; 散乱断面積

$\phi$  ; 中性子束

である。各行列およびベクトルの具体的な形は、

$$[\nabla D(r) \nabla - \Sigma_t(r)] = \begin{bmatrix} \nabla D_1(r) \nabla - \Sigma_{t1}(r) & & 0 \\ & \nabla D_g(r) \nabla - \Sigma_{tg}(r) & \\ 0 & & \nabla D_q(r) \nabla - \Sigma_{tq}(r) \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

$$[\Sigma_s(r)] = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ \text{第 } g \text{ 行} \cdots \Sigma_s(r; g \rightarrow g) & & 0 \\ & \ddots & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad (A.4)$$

第  $g$  列

$$[\chi_v \Sigma_f(r)] = v \begin{bmatrix} \chi_1 \\ \vdots \\ \chi_g \\ \vdots \\ \chi_q \end{bmatrix} [\Sigma_{f1}(r), \dots, \Sigma_{fg}(r), \dots, \Sigma_{fq}(r)] \quad (A.5)$$

$$S_g(r-r_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ S(r-r_0) \cdots \text{第 } g \text{ 要素} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A.6)$$

$$[V]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/v_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ & & 1/v_g & \\ 0 & & & \ddots & \\ & & & & 1/v_q \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

$$\phi(r, t) = \begin{bmatrix} \phi_1(r, t) \\ \vdots \\ \phi_g(r, t) \\ \vdots \\ \phi_q(r, t) \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

中性子束  $\phi(r, t)$  および中性子流  $D(r) \nabla \phi(r, t)$  が荷すべき条件は通常

(i) 体系の外側境界で体系内部方向への中性子流 = 0, または外挿境界  $\Gamma$  上で  
中性子束 = 0

(ii) 中性子束および中性子流が  $\Gamma$  に関し連続  
である。

基礎方程式の形を遅発中性子も含むように書<sup>(6)</sup>くのは容易であるが ここでは省略する。